





دانشگاه شهید چمران اهواز

مدیریت فازی

Fuzzy Management

تفکر فازی و مفاهیم اولیه

تفکر فازی:

دکتر لطفی زاده: ما نیاز به یک نوع مختلف از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم دقت رویدادها را مدل سازی کنیم و مدلی که متفاوت از نظریه احتمالات باشد

نظریه فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویداد بکار می رود.

عدم اطمینان می تواند ناشی از شانس، ابهام، کمبود دانش آگاهی و یا عدم دقت و ... باشد.

✓ انواع عدم قطعیت

- ۱- متغیرهای کاملاً تصادفی: وقتی که ابهام در ذات و طبیعت فرایند باشد و افزایش اندازه گیری ها نمی تواند تصادفی ذاتی آن را کاهش دهد. مانند پرتاب سکه یا تاس.
- ۲- عدم قطعیت دانش و آگاهی انسانی یا ناآگاهی یا فقدان آگاهی کامل از فرآیند که در نتیجه متغیرهای تاثیرگذار معین ملاحظه نشده (اندازه گیری نشده اند) ایجاد می گردد (نه در اثر متغیرهای در نظر گرفته شده).
- ۳- اندازه گیری غلط داده های عددی به علت خطاهای نمونه برداری و تجهیزات
- ۴- ابهام مفهومی شامل توصیف زبانی انسانی. برای مثال مردم کلماتی مانند بلند کوتاه بسیار مهم و غیر مهم را بکار می برند ولی نمی توان آنها را با دقت عددی کرد.

استفاده از نظریه احتمال همراه با روشهای آماری برای عدم قطعیت نوع ۱، ۲ و ۳ استفاده می شود. متغیر پذیری موارد ۲ و ۳ با اندازه گیری بیشتر کاهش می یابد. نوع ۴ می تواند با روشهای احتمال مدلسازی شود ولی بسیاری اعتقاد دارند از منطق فازی باید استفاده کرد و این موارد را مدلسازی کرد.

نظریه احتمال برای پیش بینی نتیجه یک رویداد در آینده به کار می رود و نتیجه آن در حال حاضر مشخص نیست. نظریه احتمال در مورد رویداد تصادفی است

در حالیکه فازی به بی دقتی و مفاهیم نادقیق که در زبان طبیعی بکار می رود مرتبط است. در واقع نظریه فازی عدم قطعیت غیر احتمالی را پشتیبانی می کند.

مثال:

تفاوت احتمال ۵۰ درصد یا (۰/۵) پر بودن لیوان آب با ارزش عضویت فازی ۰/۵ پر بودن لیوان؟

مجموعه کلاسیک

مجموعه کلاسیک ✓

$$A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$A = \{x \in X \mid \text{properties of } x\}$$

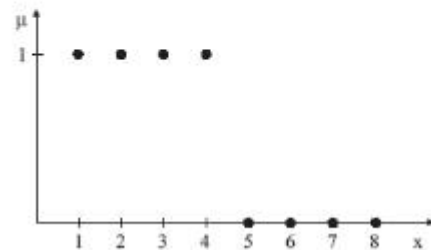
$$\mu_A(x) : X \rightarrow \{0,1\}$$

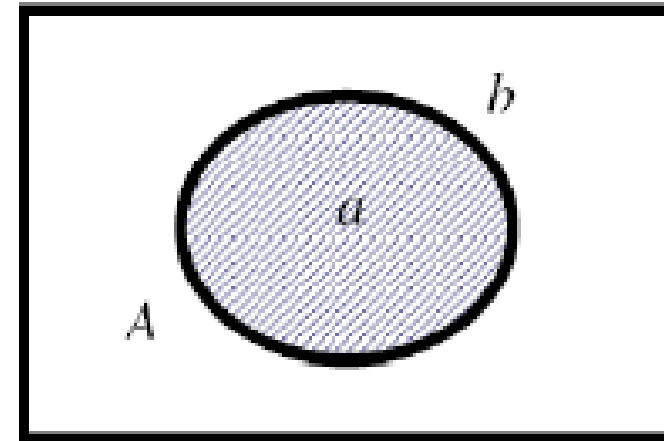
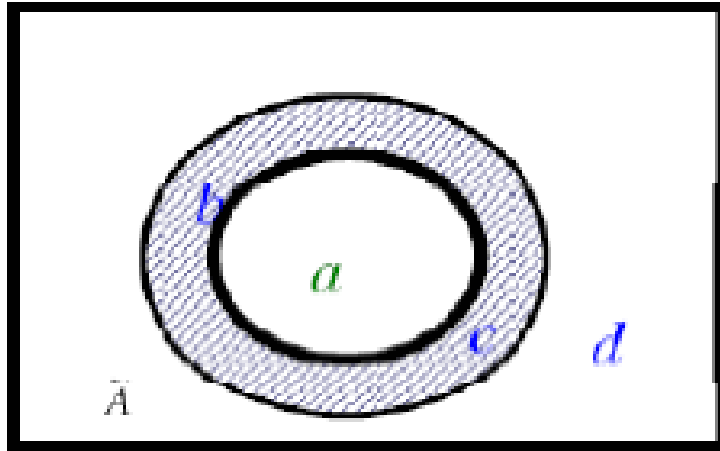
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{x عضو A است} \\ 0 & \text{x عضو A نیست} \end{cases}$$

تابع عضویت یا مشخصه ✓

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

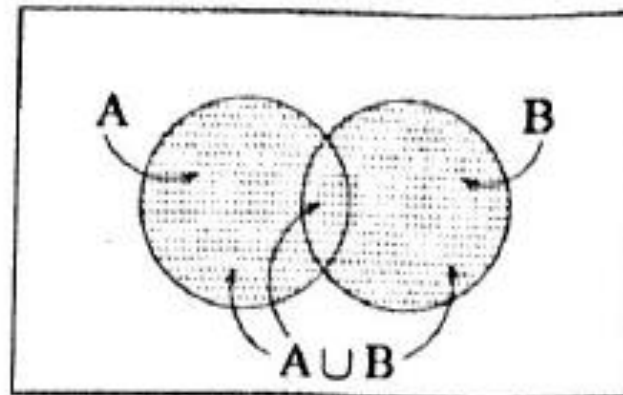
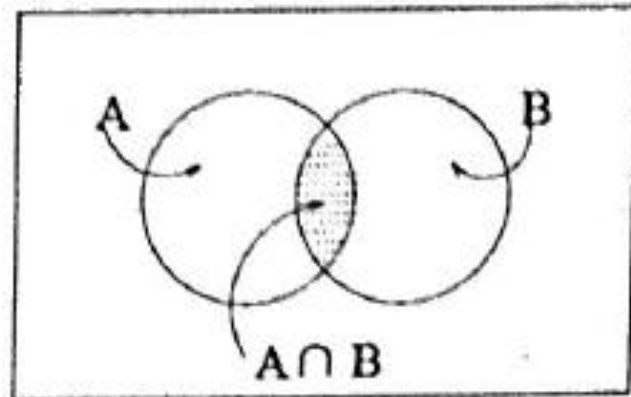
$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$$





مجموعه محدب
نمودار ون

مجموعه مرجع (U)
مجموعه تهی
بازه
تساوی مجموعه
زیرمجموعه
زیرمجموعه سره
اشتراک
اجتماع
مجموعه های مجزا



$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$$

✓ مجموعه فازی

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \dots$$

✓ الف- مجموعه فازی گسسته

$$\tilde{A} = \frac{0.2}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.8}{6} + \frac{0.4}{7}$$

مثال: اعداد اعداد صحیح مثبت نزدیک به ۵

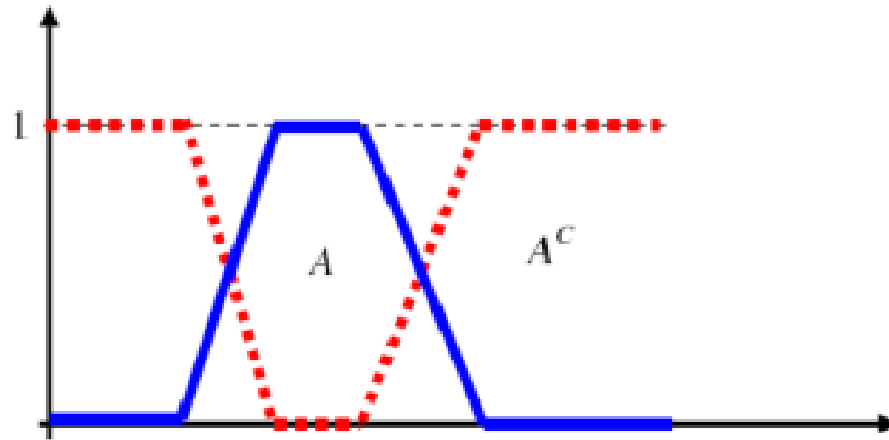
$$\tilde{A} = \int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

✓ ب-مجموعه فازی پیوسته

مثال: مجموعه اعداد حقیقی مثبت نزدیک به ۳

مکمل مجموعه های فازی:

$$\mu_{\bar{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\bar{A}}(x)$$

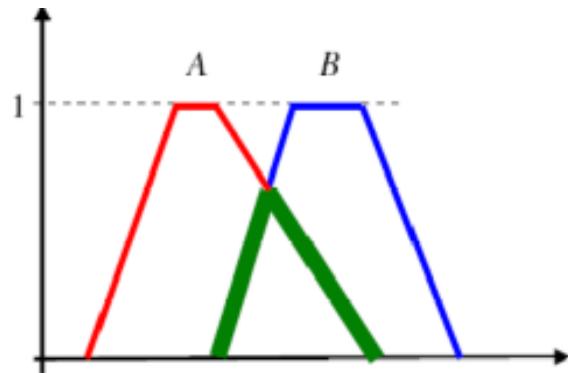


$$\bar{A} \cup \bar{A}^c \neq X$$

$$\bar{A} \cap \bar{A}^c \neq \emptyset$$

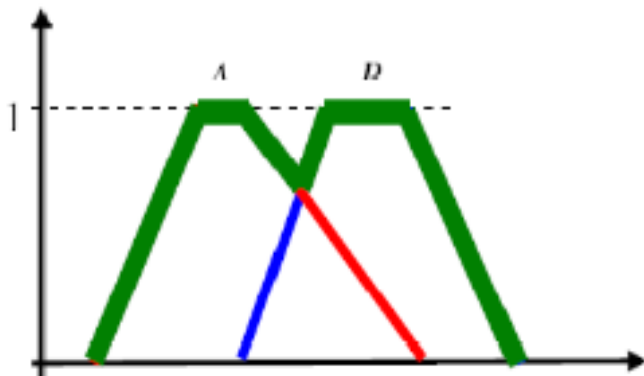
$$\mu_{\bar{A} \cap \bar{B}}(x) = \mu_{\bar{A}}(x) \wedge \mu_{\bar{B}}(x) = \min\{\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(x)\}$$

اشتراک مجموعه های فازی:



$$\mu_{\bar{A} \cup \bar{B}}(x) = \max\{\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(x)\}$$

اجتماع مجموعه های فازی

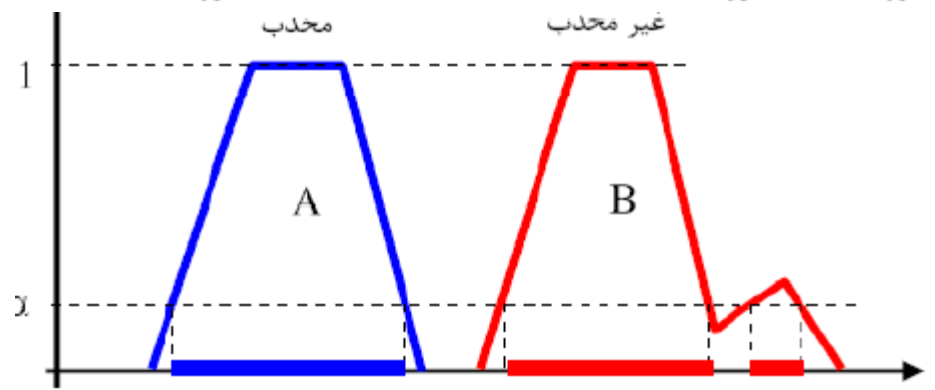


$$A \subseteq B : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

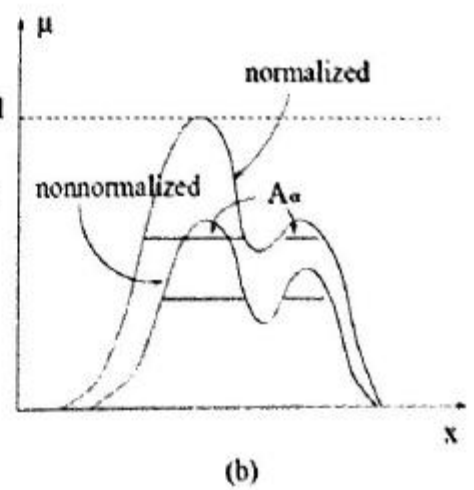
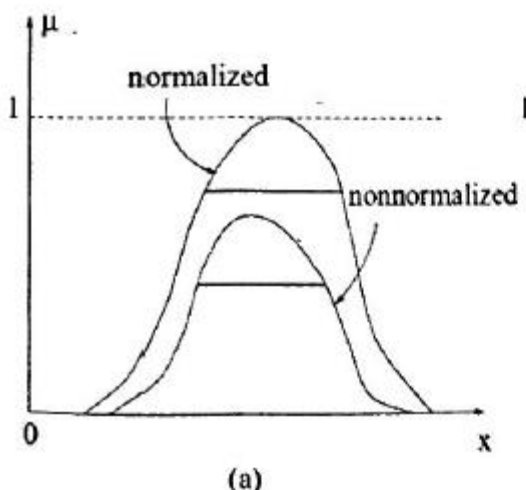
$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{ \mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2) \}$$

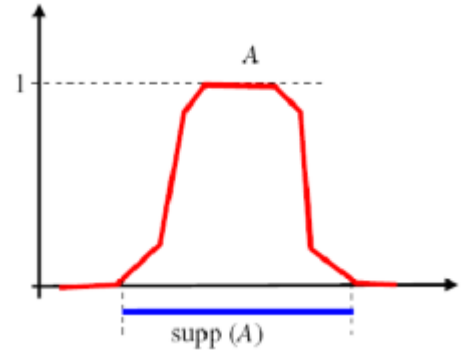
✓ زیر مجموعه

✓ مجموعه فازی محدب



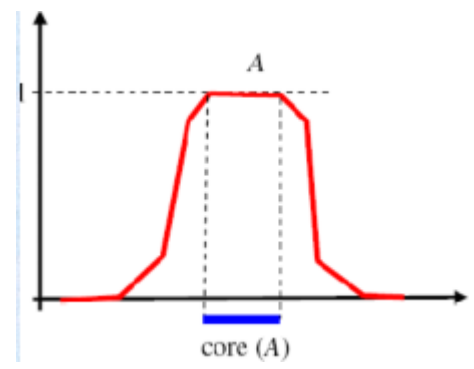
✓ مجموعه فازی نرمال: مجموعه فازی که ارتفاع آن برابر با یک است.





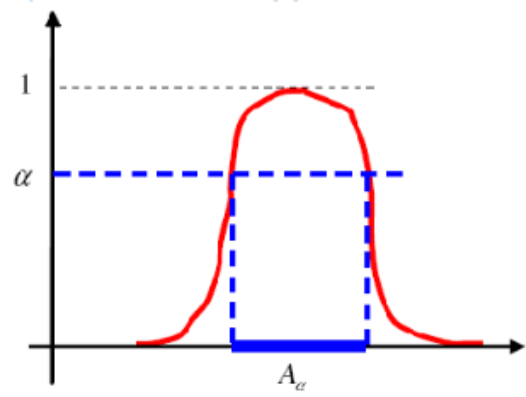
$$Supp(\tilde{A}) = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \}$$

مجموعه پشتیبان ✓



$$Core(\tilde{A}) = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \}$$

هسته یک مجموعه فازی ✓



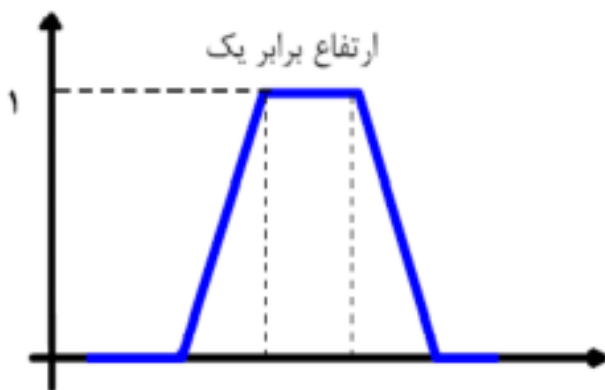
$$A_{\alpha} = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \}$$

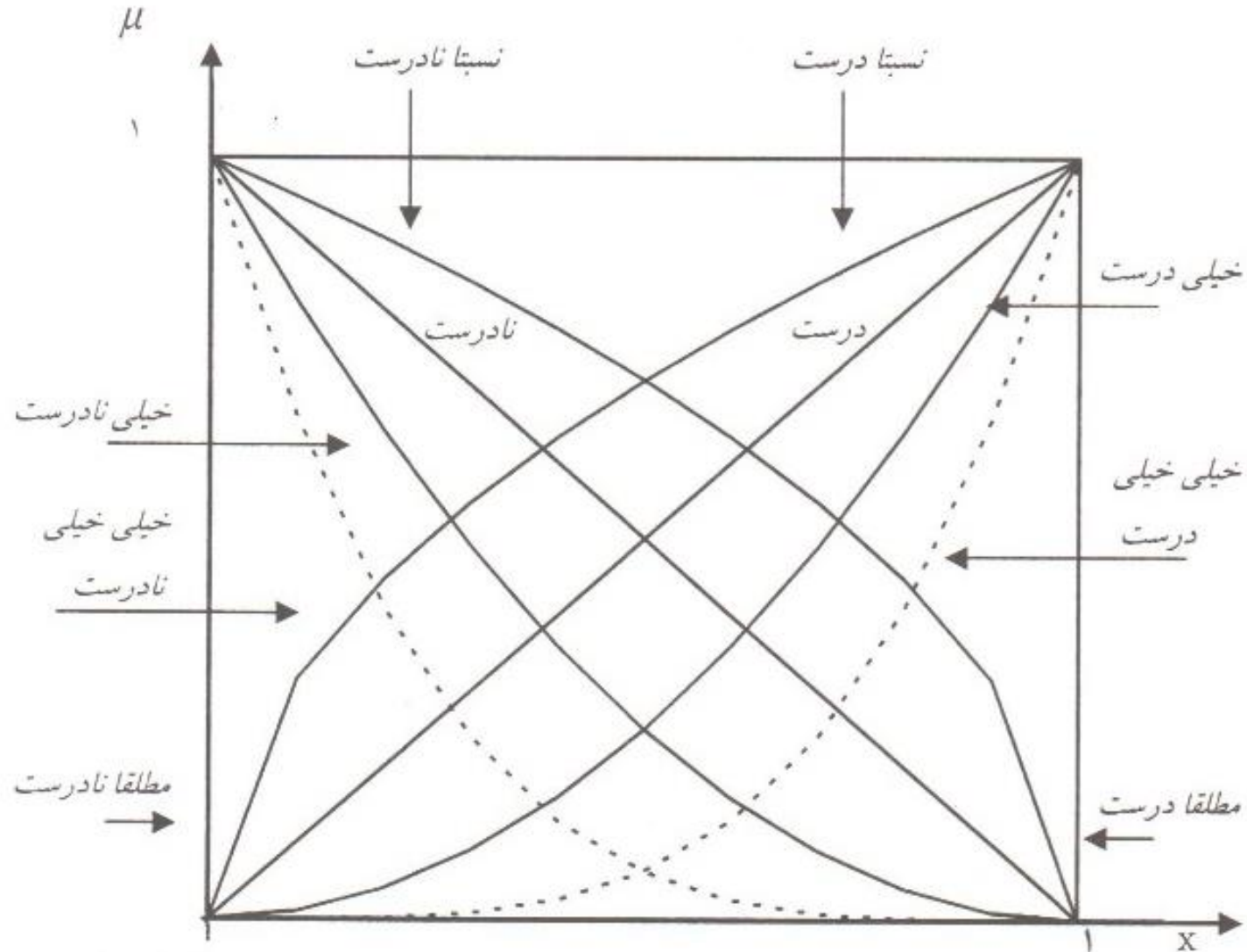
آلفا برش در مجموعه فازی ✓

✓ متغیر زبانی: متغیرهایی هستند که مقادیر آنها کلمات یا جملات زبان طبیعی یا مصنوعی هستند. مانند سن که متغیرهای آن (ترمه‌ها یا نشانه‌ها) خیلی جوان، جوان، میانسال، پیر و خیلی پیر است.

✓ تعدیل گره‌های زبانی: قید زبانی هستند مانند خیلی، نه، نسبتاً، تقریباً و ...

✓ ارتفاع مجموعه فازی: برابر با حداکثر درجه عضویت عناصر مجموعه فازی است





$$\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$$

✓ جمع جبری دو مجموعه فازی:

$$\tilde{C} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x)) \mid x \in X \}$$

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x)$$

جمع جبری می تواند به عنوان یک عملگر اجتماع فازی به کار رود

$$\tilde{C} = \tilde{A} \oplus \tilde{B}$$

✓ جمع کراندار دو مجموعه فازی:

$$\tilde{C} = \{ (x, \mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(x)) \mid x \in X \}$$

$$\mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(x) = \min \{ 1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) \}$$

جمع کراندار می تواند به عنوان یک عملگر اجتماع فازی به کار رود

$$\bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\bar{C} = \{ (x, \mu_{\bar{A}}(x) \mu_{\bar{B}}(x)) \mid x \in X \}$$

✓ ضرب جبری دو مجموعه فازی:

ضرب جبری می تواند به عنوان یک عملگر اشتراک فازی به کار رود

$$\bar{C} = \bar{A} - \bar{B}$$

$$\bar{C} = \{ (x, \mu_{\bar{A}-\bar{B}}(x)) \mid x \in X \}$$

✓ تفاضل کراندار دو مجموعه فازی:

$$\mu_{\bar{A}-\bar{B}}(x) = \max \{ 0, \mu_{\bar{A}}(x) + \mu_{\bar{B}}(x) - 1 \}$$

تفاضل کراندار می تواند به عنوان یک عملگر اشتراک فازی به کار رود

✓ عملگرهای S نرم برای اجتماع و عملگرهای t نرم برای اشتراک به کار می روند

مثال:

$$\tilde{A} = \{ (3,0.5), (5,1), (7,0.6) \}$$

$$\tilde{B} = \{ (3,1), (5,0.6) \}$$

$$\tilde{A}^2 = \{ (3,0.25), (5,1), (7,0.36) \}$$

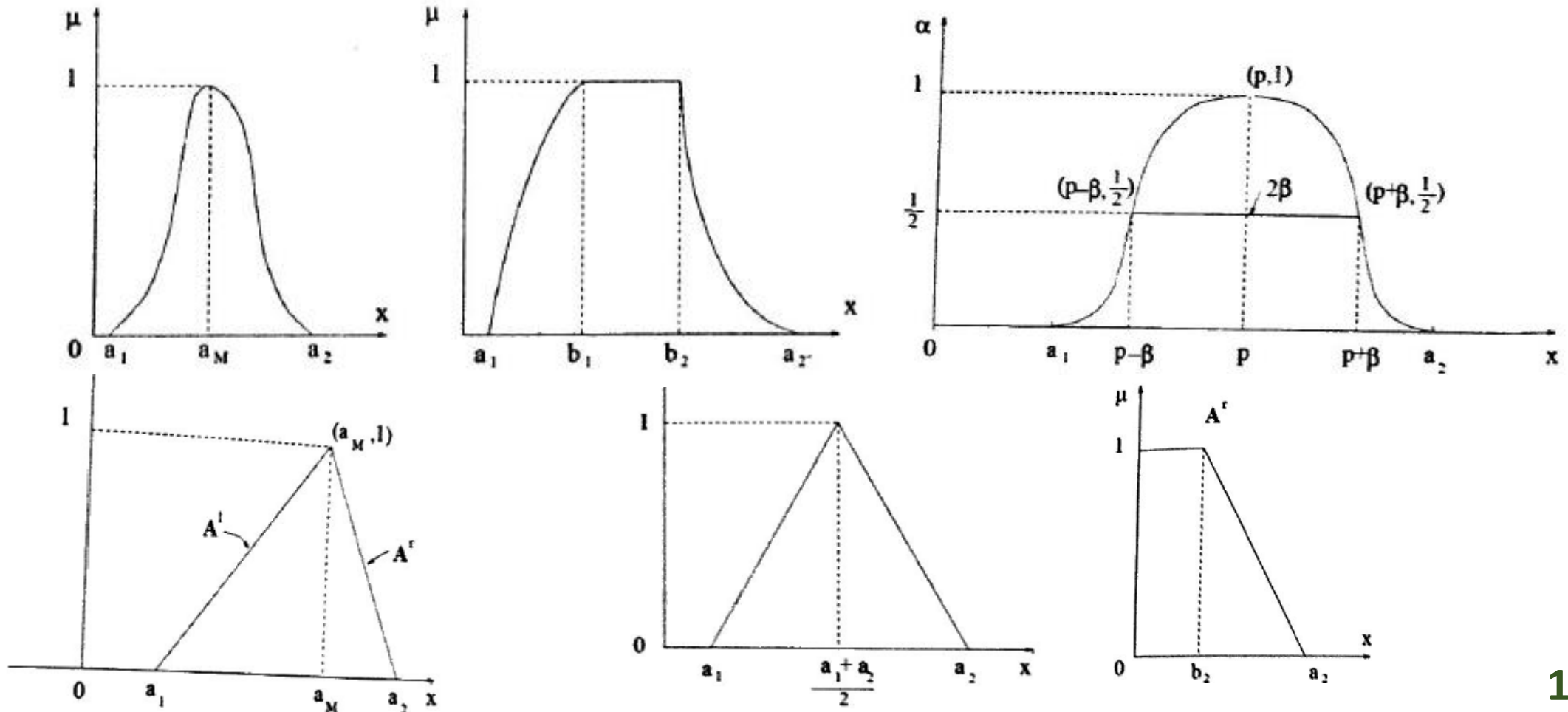
$$\tilde{A} + \tilde{B} = \{ (3,1), (5,1), (7,0.6) \}$$

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{ (3,1), (5,1), (7,0.6) \}$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = \{ (3,0.5), (5,0.6) \}$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{ (3,0.5), (5,0.6) \}$$

✓ مجموعه فازی محدب و نرمال را عدد فازی گویند



✓ تابع عضویت فازی:

تابع عضویت یک مجموعه فازی، تعمیم یافته تابع مشخصه در مجموعه کلاسیک است. در منطق فازی این تابع نشان دهنده درجه تعلق هر عضو به مجموعه مورد نظر است.

تعریف تابع عضویت بسیار مهم است

- تعریف تابع به دو صورت مستقیم و غیرمستقیم بر اساس نظرات خبرگان صورت می گیرد

- توابع استاندارد و پر کاربرد فازی: برای ساده سازی از توابع و اعداد فازی استاندارد استفاده می شود:

- ۱- مثلثی
- ۲- ذوزنقه ای
- ۳- گوسی
- ۴- زنگوله ای
- ۵- سیگموئیدال

.....

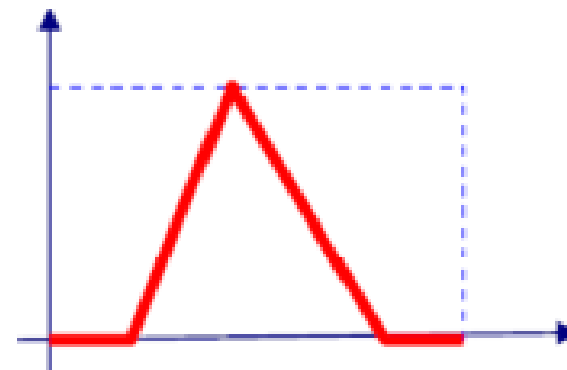
تابع عضویت فازی مثلثی (اعداد فازی مثلثی): یک عدد فازی مثلثی را می‌توان با سه‌تایی مرتب (l, m, u) نمایش داد که l حد پایینی، m مقدار میانی و u حد بالایی هستند

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l} & x \in [l, m] \\ \frac{u-x}{u-m} & x \in [m, u] \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$M_1 + M_2 = (l_1, m_1, u_1) + (l_2, m_2, u_2) = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

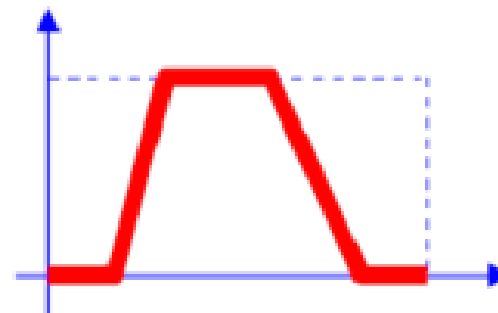
$$M_1 \times M_2 = (l_1, m_1, u_1) \times (l_2, m_2, u_2) = (l_1 \times l_2, m_1 \times m_2, u_1 \times u_2)$$

$$M_1^{-1} = (l_1, m_1, u_1)^{-1} = \left(\frac{1}{u_1}, \frac{1}{m_1}, \frac{1}{l_1}\right)$$



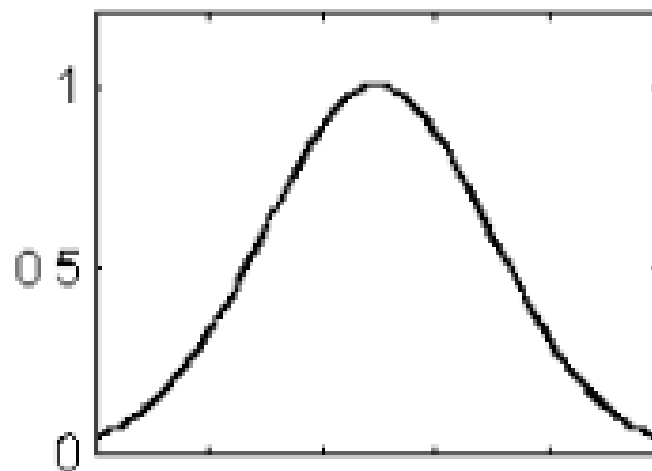
اعداد یا توابع عضویت دوزنقه‌ای: با چهارتایی مرتب (l, n, m, u) نشان می‌دهند

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{n-l} & x \in [l, n] \\ 1 & x \in [n, m] \\ \frac{u-x}{u-m} & x \in [m, u] \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$



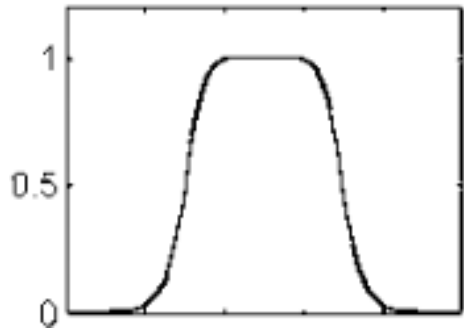
تابع گوسی: با دو عدد a و σ نشان می دهند و e عدد اویلر است. شکل این تابع زنگوله‌ای متقارن است a تعیین کننده محل مرکز قله و σ تعیین کننده میزان کشیدگی یا پهن شدگی زنگوله است. هیچگاه به صفر نمی رسد

$$gsm(x : a, \sigma) = \exp\left(\frac{-(x - a)^2}{\sigma^2}\right)$$



تابع زنگوله ای (تعمیم یافته): با ۳ پارامتر a, b, c بیان می شود

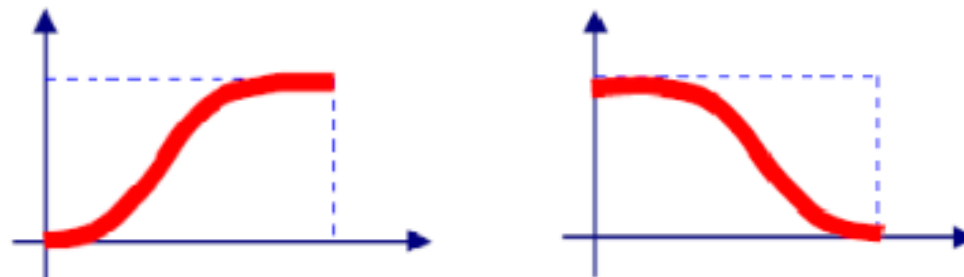
$$bll(x: a, b, \sigma) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - \sigma}{a} \right|^{2b}}$$

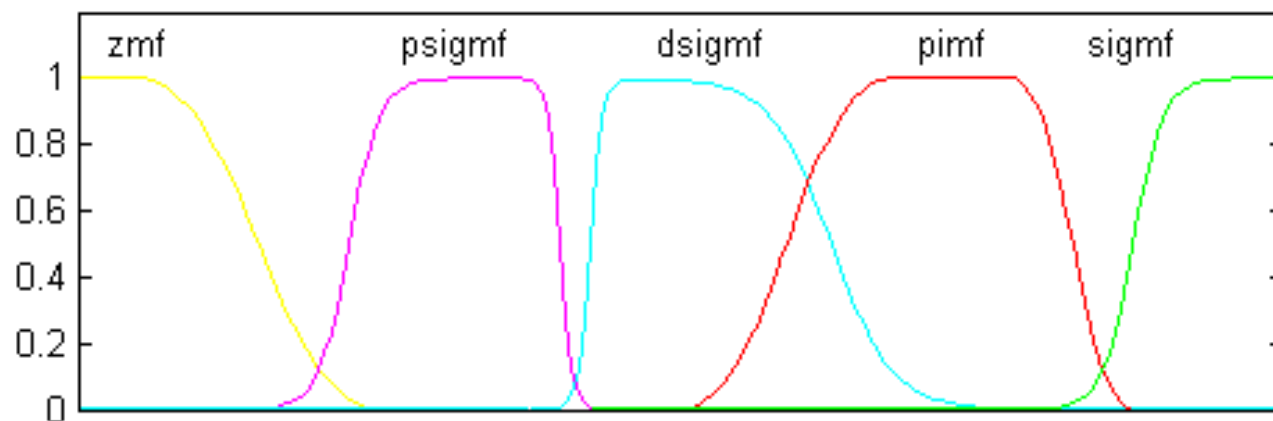
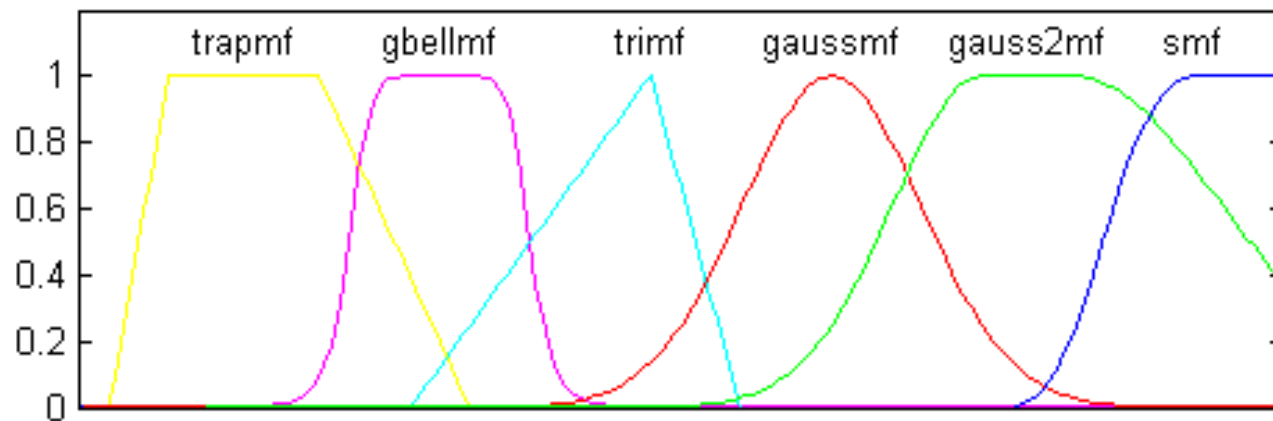


در جاهایی که مبتنی بر دانش و آگاهی انسان است بیشتر از مثلثی و دوزنقه ای استفاده می شود و در جایی که بر دانش انسانی نیست از گوسی و تعمیم یافته بیشتر استفاده می شود

تابع سیگموئیدال: با دو پارامتر a و b بیان می شود

$$Sgm(x: a, b) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-b)}}$$





استنتاج فازی (سیستم قاعده-بنیاد فازی)

سیستم استنتاج فازی بر اساس قواعد اگر-آنگاه بنا نهاده شده است به طوری که با استفاده از قواعد مزبور ارتباط بین تعدادی ورودی و خروجی را به دست آورد

مثلا اپراتور مجموعه موسوم به استلزام (یا گزاره شرطی) $A \rightarrow B$ را در نظر بگیرید. در منطق همین قاعده که وضع مقدم چنین بیان می شود: اگر A درست است و A دلالت بر B دارد، آنگاه B نیز درست است. یعنی اینکه A آنگاه B (یا B از A منتج میشود)، اما B ضرورتاً دلالت بر A ندارد. وضع مقدم را بشکل If-Then نیز میتوان بیان کرد:

If A is true, **Then** B is also true

وضع مقدم قاطع را می توان بصورت زیر نوشت:

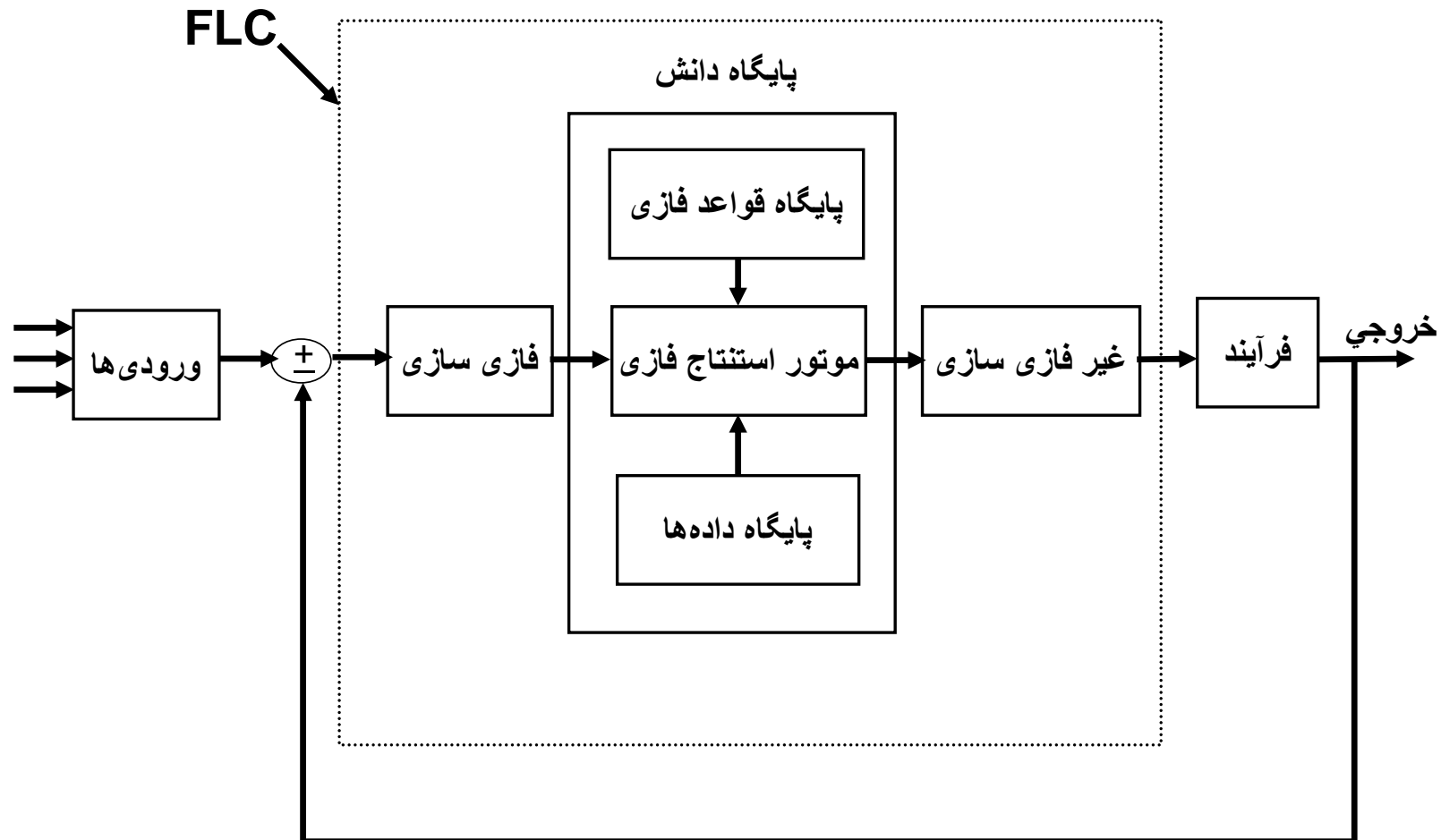
If A
And $A \rightarrow B$
Then B

طراح قواعد فازی باید تمام روابط بین ورودی و خروجی را بداند. دو روش معروف برای استنتاج فازی **روش ممدانی و روش سوگنو** می باشند.

در روش ممدانی به نسبت تعداد متغیرهای ورودی باید قاعده تعریف گردد. (با زیاد شدن تعداد متغیرها در بخش قیاس در روش ممدانی تعداد قواعد به صورت نمایی افزایش می یابد و زحمت ساختن آنها خسته کننده خواهد بود. مثلاً اگر در مسئله ای ۵ ورودی داشته باشیم و هر ورودی ۳ متغیر زبانی داشته باشد، تعداد ۱۲۵ قاعده برای یک خروجی باید بنویسیم. و همانطور که گفته شد بایستی طراح تمامی روابط موجود در این قوانین را بداند. همچنین اگر تعداد متغیرهای بخش قیاس زیاد شود فهم رابطه سببی بین قیاس ها و نتایج دشوار می گردد)

در روش سوگنو از توابع خطی در بخش نتیجه استفاده می شود. (در روش سوگنو می توانیم قاعده ها را بر اساس ورودی و خروجی مدل سازی و شناسایی کنیم. از آنجا که فرآیند مدل سازی برای اجرا آسان نیست برای مواقعی که تعداد متغیرها در بخش قیاس کم باشند، روش ممدانی ارجحیت دارد)

FLC از سه قسمت اصلی فازی سازها، پایگاه دانش و غیر فازی سازها تشکیل گردیده است. پایگاه دانش خود از پایگاه قواعد، پایگاه دادهها و موتور استنتاج فازی تشکیل شده است.

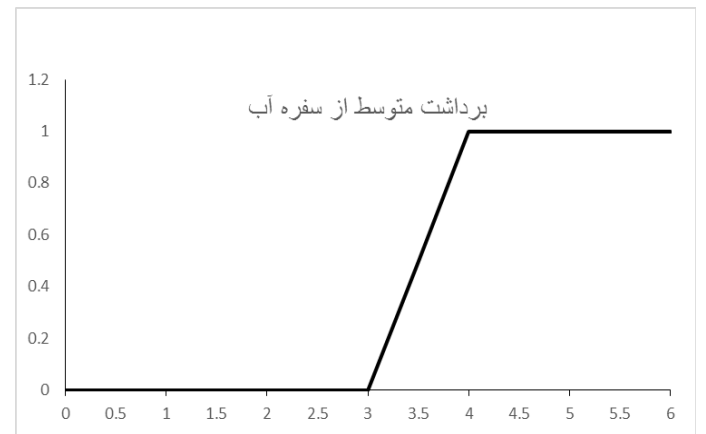
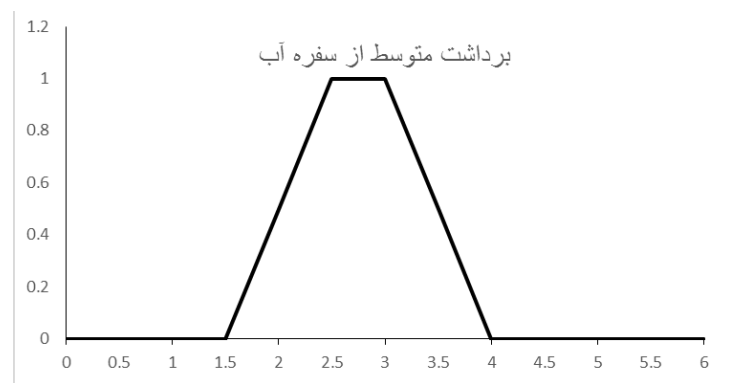
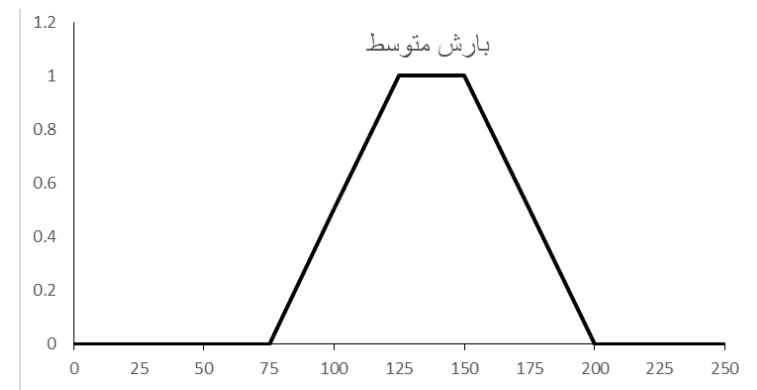
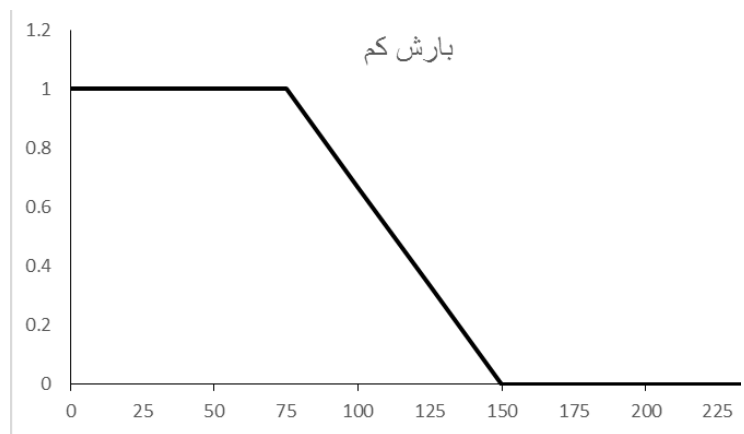


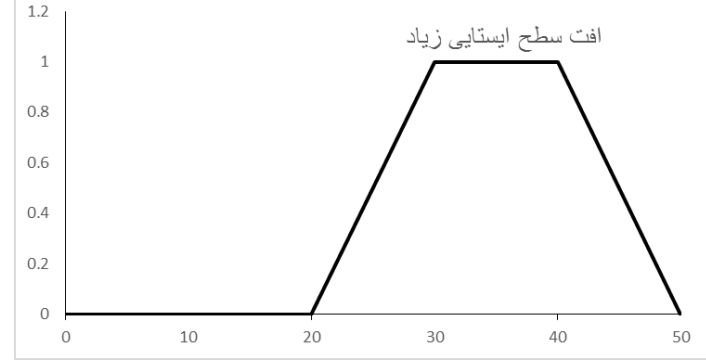
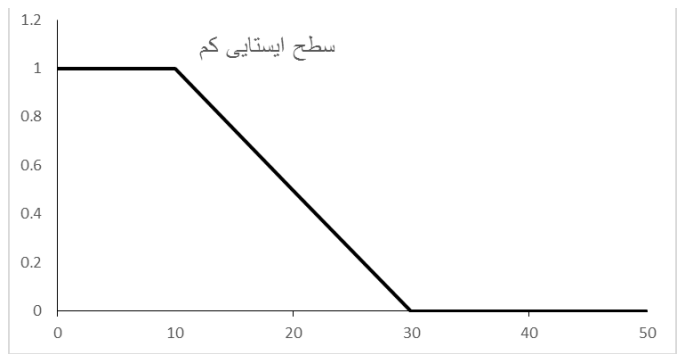
- ۱- تعیین یک سیستم قاعده- براساس داده های مشاهده ای
- ۲- فازی سازی بخش مقدم و تالی با استفاده از توابع عضویت فازی
- ۳- ترکیب قسمتهای مختلف بخش مقدم هر یک از قواعد و به دنبال آن تعیین شدت و میزان تاثیر قاعده مزبور در خروجی نهایی سیستم
- ۴- ترکیب بخش تالی سیستم جهت به دست آوردن خروجی نهایی سیستم در قالب یک مجموعه فازی
- ۵- تبدیل خروجی نهایی سیستم به یک عدد کلاسیک با استفاده از روشهای فازی زدایی

مثال: دو ورودی و یک خروجی

ورودی: مجموع بارش بر حسب میلی متر (R)، میزان برداشت از سفره آبهای زیر زمینی بر حسب میلیون مترمکعب (Q)

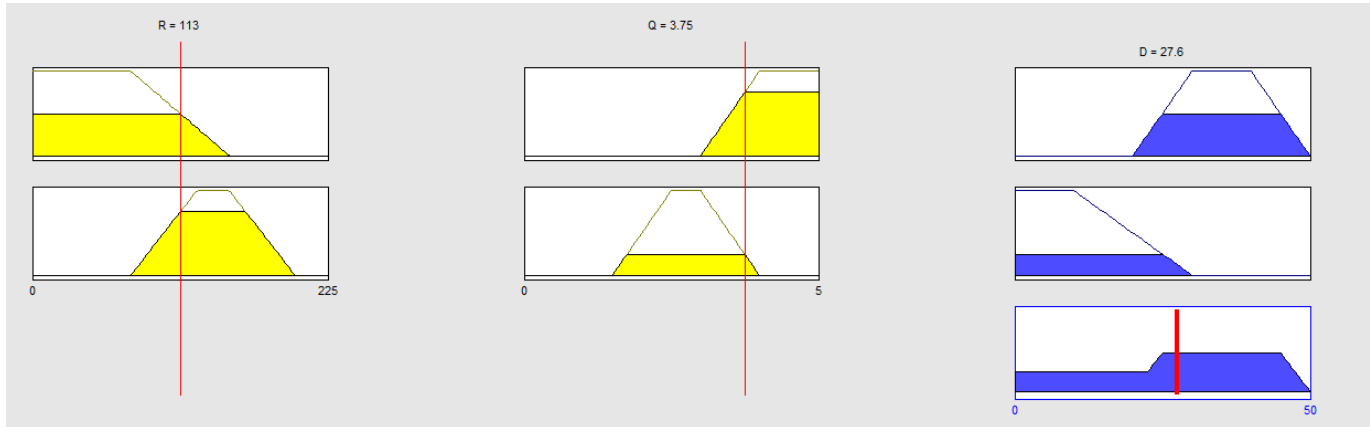
خروجی: افت سطح ایستایی آبخوان بر حسب سانتی متر (D)
 براساس اطلاعات گذشته و کارشناسان قواعد زیر استخراج شده است:
 ۱- اگر R کم باشد و Q زیاد باشد آنگاه D زیاد خواهد بود
 ۲- اگر R متوسط باشد و Q متوسط باشد آنگاه D کم خواهد بود





خروجی:
کاهش سطح ایستایی آب: تابع کم و زیاد

قاعده اول: $P_1 \Delta P_2 \Delta P_2 = \min(\mu_L(x), \mu_H(y), \mu_H(z))$
 قاعده دوم: $P_2 \Delta P_1 \Delta P_1 = \min(\mu_M(x), \mu_M(y), \mu_L(z))$



مرحله بعدی:
انبوهش: از اجتماع استفاده می شود
(روشهای دیگر هم موجود است)

$$\text{Max}(\min(\mu_L(x), \mu_H(y), \mu_H(z)), \min(\mu_M(x), \mu_M(y), \mu_L(z)))$$

آخرین مرحله: فازی زدایی

روشهای فازی زدایی

1- اصل ماکزیمم عضویت (روش ارتفاع): نقطه ای انتخاب می شود که بیشترین درجه عضویت را داشته باشد

2- روش مرکز سطح (مرکز ثقل): رایج ترین روش است

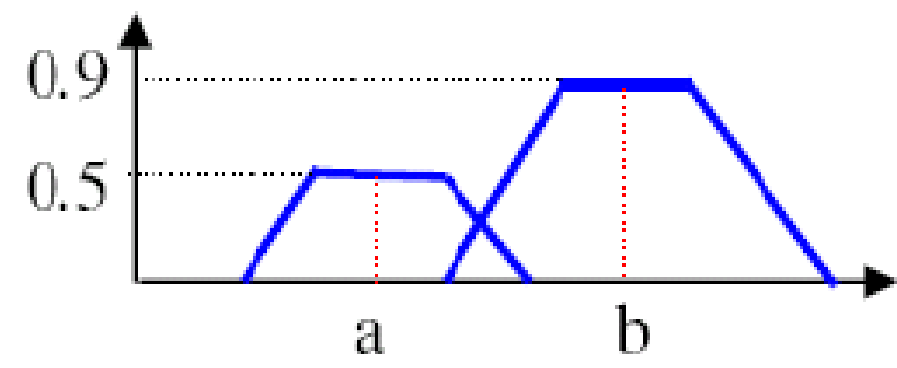
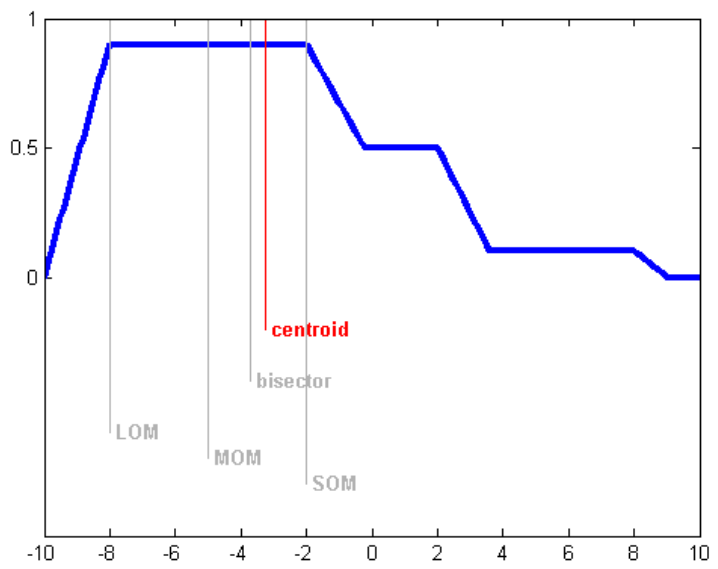
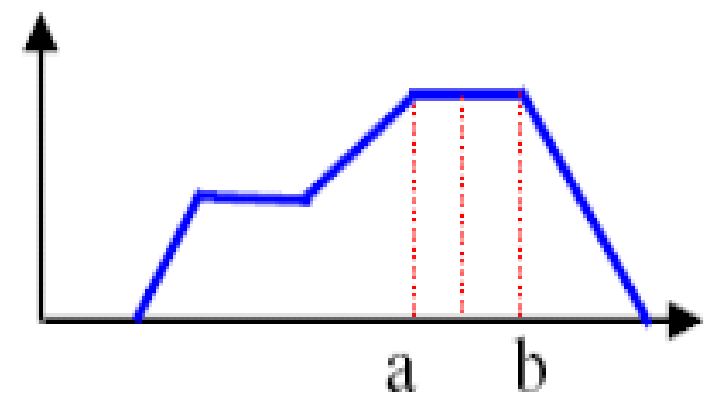
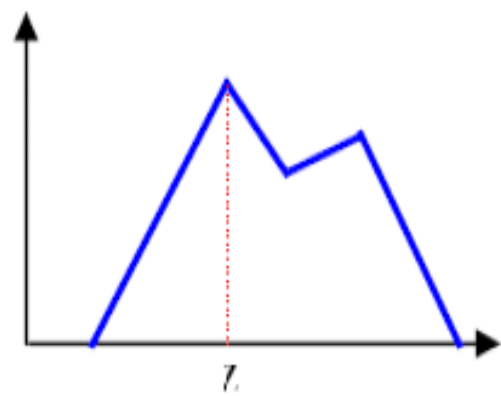
3- روش میانگین وزنی: تنها برای توابع عضویت خروجی متقارن استفاده می شود

4- روش میانه ماکزیمم

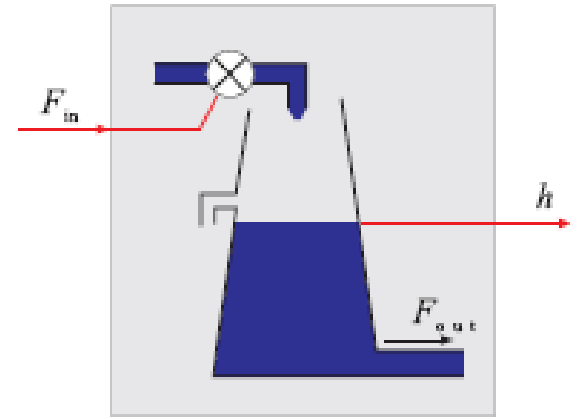
5- مرکز بزرگترین سطح

6- روش اولین یا آخرین ماکزیمم

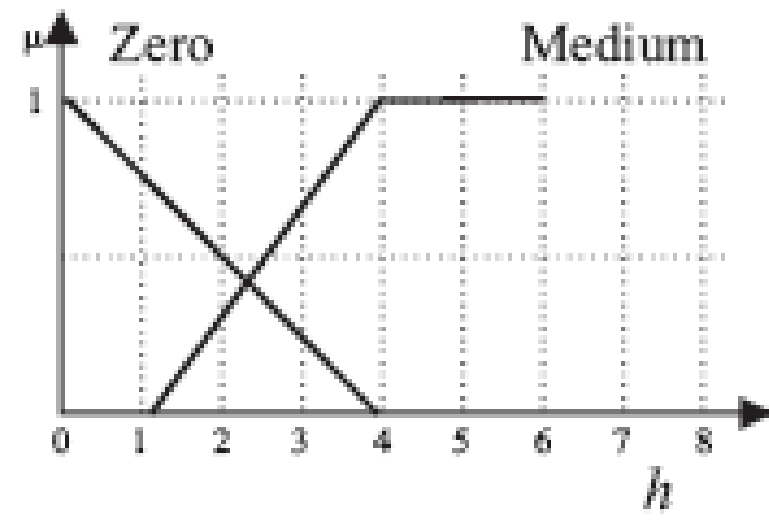
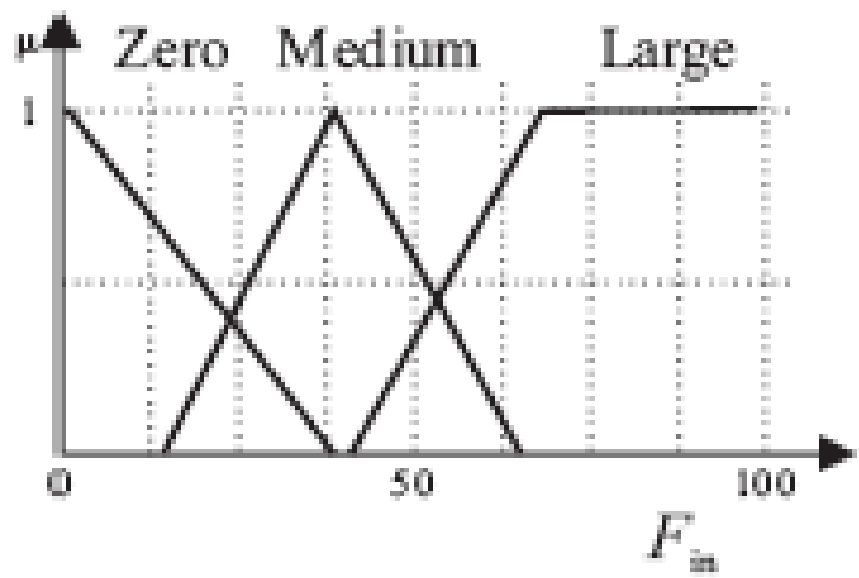
.....



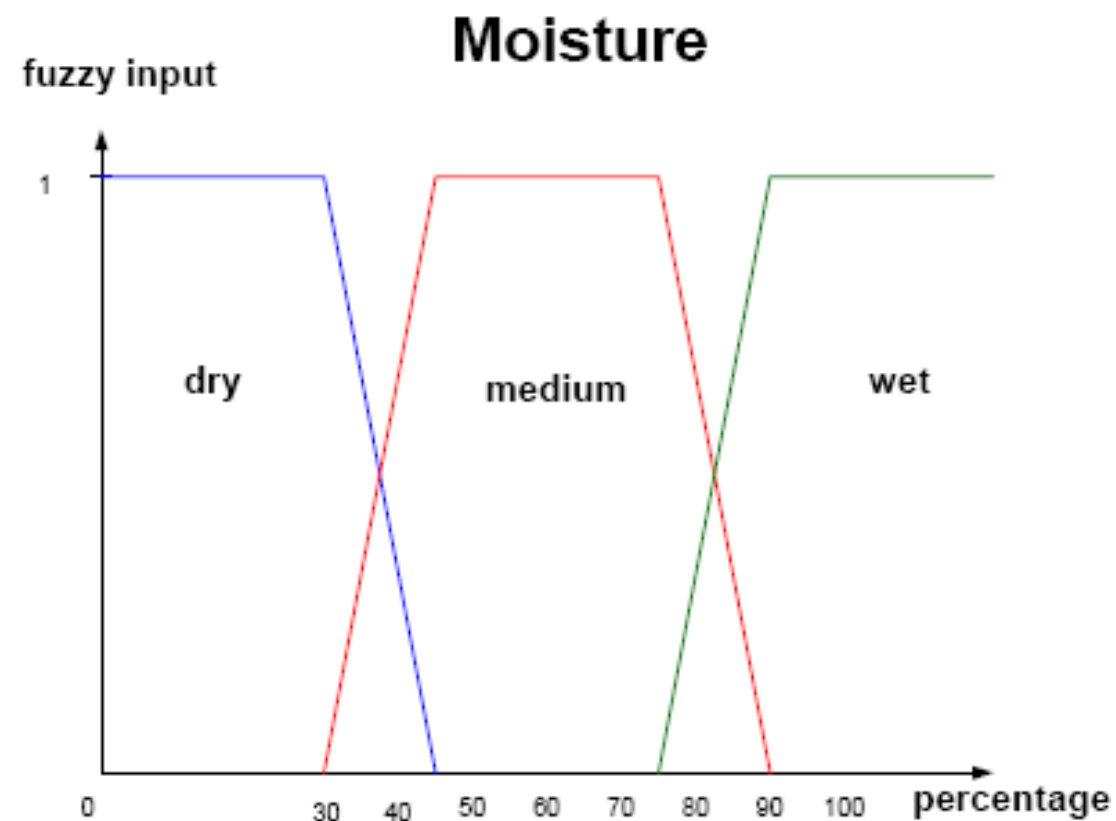
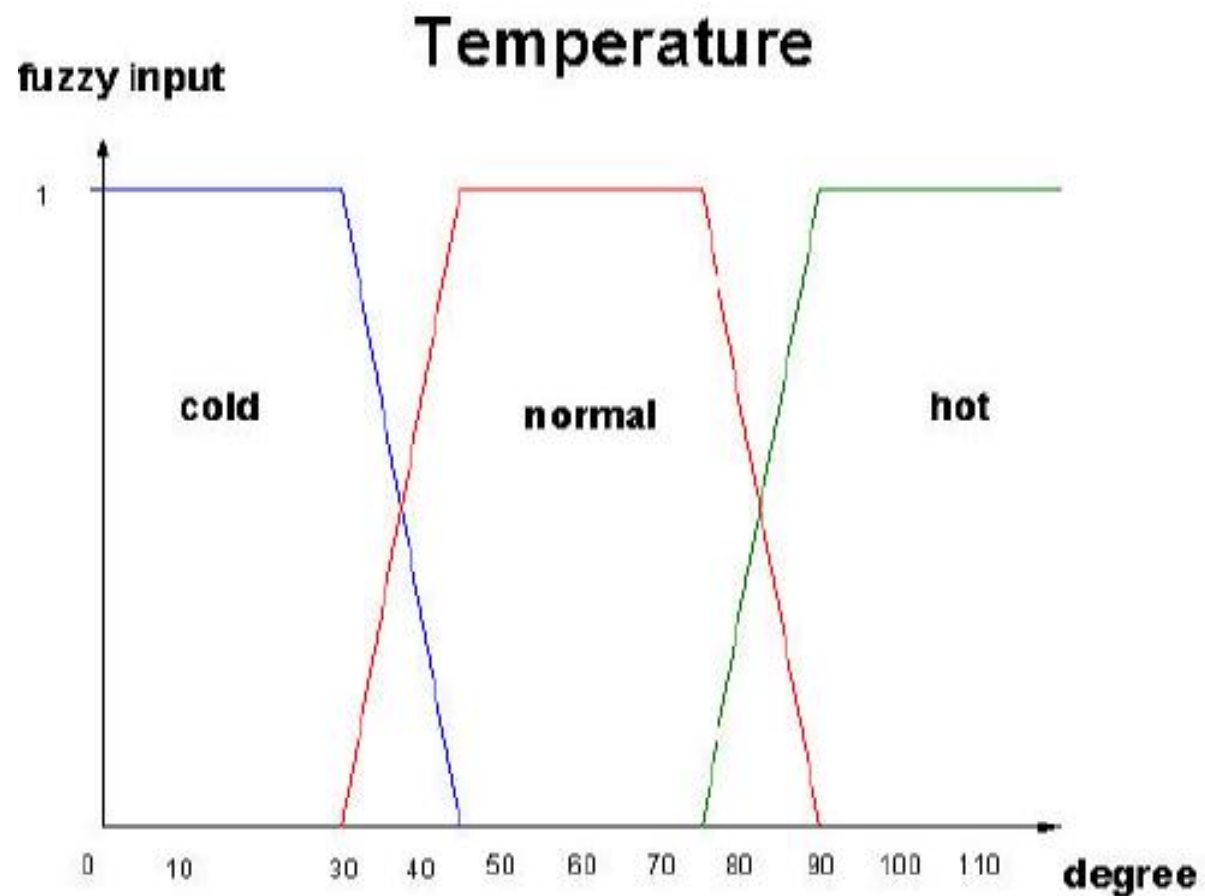
مثال: با نرم افزار متلب حل شود



- If F_{in} is Zero then h is Zero
- If F_{in} is Med then h is Med
- If F_{in} is Large then h is Med



مثال: آبیاری چمن با دو ورودی و یک خروجی



مثال: آبیاری چمن با دو ورودی و یک خروجی
قوانین:

Rule 1: *If the outside temperature is “hot” and the measured soil moisture is “dry” then turn on the sprinkler for a “long” duration.*

Rule 2: *If the outside temperature is “normal” and the measured soil moisture is “wet” then turn on the sprinkler for a “short” duration.*

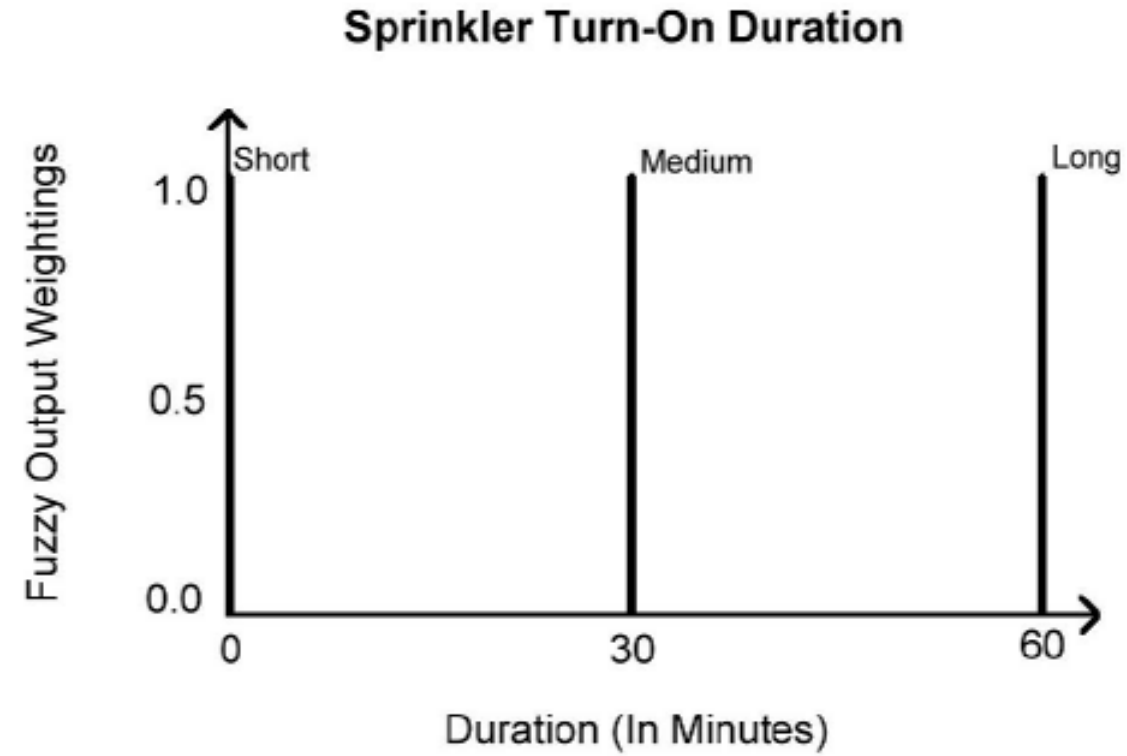
Rule 3: *If the outside temperature is “cold” and the measured soil moisture is “medium” then turn on the sprinkler for a “short” duration.*

Rule 4: *If the outside temperature is “hot” and the measured soil moisture is “medium” then turn on the sprinkler for a “long” duration.*

Rule 5: *If the outside temperature is “normal” and the measured soil moisture is “dry” then turn on the sprinkler for a “long” duration.*

Rule 6: *If the outside temperature is “cold” and the measured soil moisture is “wet” then turn on the sprinkler for a “short” duration.*

مثال: آبیاری چمن با دو ورودی و یک خروجی
خروجی:



مثال: ورودی:

average temperature of destination (T)average humidity of destination (H)proximity to large bodies of water (P)industrialization of destination (I)

$$M_{TH}(x) = \begin{cases} \frac{x-25}{75} & \text{for } x \geq 25 \\ 0 & \text{for } x < 25 \end{cases}$$

$$M_{HH}(x) = \frac{x}{100}$$

$$M_{TL}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{75} & \text{for } x \leq 75 \\ 0 & \text{for } x > 75 \end{cases}$$

$$M_{HL}(x) = 1 - \frac{x}{100}$$

$$M_{PN}(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x < 10 \\ \frac{40-x}{30} & \text{for } 10 \leq x < 40 \\ 0 & \text{for } x \geq 40 \end{cases}$$

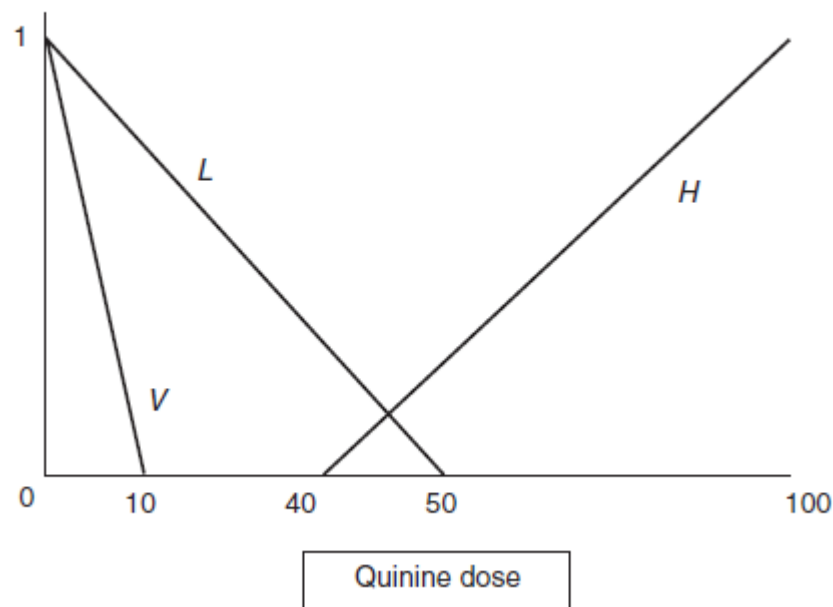
$$M_{PF}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 10 \\ \frac{x-10}{30} & \text{for } 10 \leq x < 40 \\ 1 & \text{for } x \geq 40 \end{cases}$$

$$M_{IH}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 10 \\ \frac{x-10}{10} & \text{for } 10 \leq x < 20 \\ 1 & \text{for } x \geq 20 \end{cases}$$

مثال: ورودی:

$$M_{IL}(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x < 10 \\ \frac{20-x}{10} & \text{for } 10 \leq x < 20 \\ 0 & \text{for } x \geq 20 \end{cases}$$

خروجی



قوانین

Rule 1 IF temperature is high
AND humidity is high
AND proximity to water is near
AND industrialization is low
THEN quinine dose is high

Rule 2: IF industrialization is high
THEN quinine dose is low

Rule 3: IF humidity is high
AND temperature is high
AND industrialization is low
OR proximity to water is near
THEN quinine dose is high

Rule 4: IF temperature is low
AND humidity is low
THEN quinine dose is very low

کاربرد میانگین فازی برای پیش بینی

فازی زدایی از میانگین فازی

مثلی: ماکزیمم درجه تابع مثلی را می توان در نظر گرفت (m_M)
 که ان را ماکزیمم کننده ارزش گویند
 رابطه های زیر سهم کرانه بالا و پایین را نیز در نظر می گیرند

$$x_{max} = \frac{m_1 + m_M + m_2}{3}$$

$$x_{max} = \frac{m_1 + 2m_M + m_2}{4}$$

$$x_{max} = \frac{m_1 + 4m_M + m_2}{6}$$

دوزنقه ای: $x_{max} = \frac{m_{M1} + m_{M2}}{2}$

$$x_{max} = \frac{m_1 + \frac{m_{M1} + m_{M2}}{2} + m_2}{3}$$

$$x_{max} = \frac{m_1 + m_{M1} + m_{M2} + m_2}{4}$$

$$x_{max} = \frac{m_1 + 2(m_{M1} + m_{M2}) + m_2}{6}$$

روش دلفی فازی برای پیش بینی

اساس روش دلفی

- 1- نظر خواهی مستقل و جداگانه از کارشناسان بسیار خبره در زمینه یک موضوع
- 2- اطلاعاتی که خاصیت ذهنی دارند با محاسبه میانگین تحلیل اماری شده و نتایج به سایر کارشناسان اعلام می شود
- 3- کارشناسان نتایج را بررسی کرده و برآورد جدیدی عرضه می کنند و مرحله دوم بار دیگر تکرار می شود
- 4- این عمل تا رسیدن به یک همگرایی به یک راه حل معقول از نظر مدیر یا فرد خاصی ادامه پیدا می کند

دلفی فازی

مرحله 1: با اعداد مثلثی زودترین تاریخ (a_{1i}) ، محتملترین تاریخ (a_{Mi}) و دیرترین تاریخ (a_{2i}) به وسیله کارشناسان پیش بینی می شود

$$A_i = (a_{1i}, a_{Mi}, a_{2i})$$

مرحله دوم: میانگین همه A_i حساب می شود و برای هر کارشناس انحراف بین میانگین و مقادیر که داده به صورت اعداد مثلثی

$$\text{بیان تعریف و ارسال می گردد. } A_{ave} - A_i$$

مرحله سوم: هر کارشناس یک عدد جدید ارائه می دهد و مرحله دوم تا رسیدن به یک همگرایی مقبول تکرار می شود

مرحله چهارم: اگر به علت کفشیات جدید اطلاعات مهمی و نوینی قابل دسترس باشد پیش بینی با همان مراحل 1 تا 3 آزمون می

شود

تخمین زمان تحقیق فنی یک محصول ابداعی
یک گروه 15 نفره از کارشناسان رایانه از روش دلفی برای تحقیق فنی یک محصول جدید تخمینهایی کرده اند

(در فایل‌های پیوست مثال وجود دارد)

مدیریت پروژه اقدام خیلی مهم و پیچیده است
دو تکنیک مهم کلاسیک برای پروژهها شامل CPM و PERT است.
یک گروه 15 نفره از کارشناسان رایانه از روش دلفی برای تحقیق فنی یک محصول جدید تخمینهایی کرده اند

(در فایل‌های پیوست مثال وجود دارد)

تصمیم‌گیری فرآیند حل مسأله است که با انتخاب یک راه از بین راه‌های گوناگون منجر به یک اقدام قابل اجرا و یا پایان نتیجه بخش می‌شود.

در محیط فازی تصمیم‌گیری از دو طریق انجام می‌شود:

1- استفاده از میانگین فازی (اهداف و محدودیتها را با استفاده از میانگین فازی ترکیب می‌کند)

2- اشتراک اهداف و محدودیتها (تصمیم‌گیری به عنوان اشتراک اهداف و محدودیتهای توصیف شده به وسیله مجموعه های فازی تعریف می‌شود) ف معروف به نگرش بلمان- لطفی زاده

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

در فرآیند تصمیم‌گیری با در نظر گرفتن محدودیتهای معین، بایستی به اهداف مشخص دست یابیم. یک مدل تصمیم‌گیری ساده شامل یک هدف توصیف شده به وسیله مجموعه فازی G با تابع عضویت μ_G (x) و محدودیت توصیف شده به وسیله مجموعه فازی C با تابع عضویت μ_C (x) می‌باشد، که x یک عنصر از مجموعه قطعی گزینه‌ها A_{alt} است.

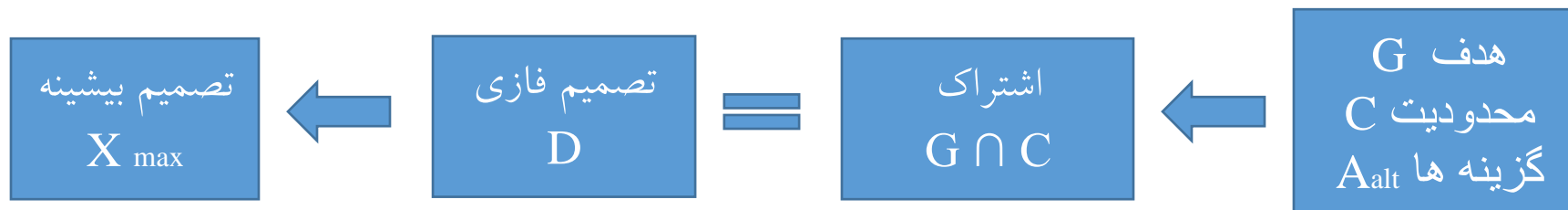
طبق تعریف بلمان - لطفی زاده تصمیم، یک مجموعه فازی D با تابع عضویت μ_D (x) است که به صورت اشتراک G و C نمایش داده می‌شود.

$$D = G \cap C$$

این یک تصمیم چندگانه است که منجر به انتخاب مجموعه قطعی $[d_1, d_2]$ از مجموعه گزینه‌های A_{alt} می‌شود و μ_D (x) درجه تعلق هر $x \in [d_1, d_2]$ به مجموعه تصمیم D را نشان می‌دهد.

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad x \in A_{alt}$$

به طور معمول تصمیم‌گیران می‌خواهند یک نتیجه قطعی داشته باشند، یعنی یک مقدار از بین عناصر مجموعه $[d_1, d_2]$ که به بهترین وجه یا به قدر کافی مجموعه فازی D را نشان می‌دهد. این مطلب نیازمند فازی زدایی D است. برای نیل به این هدف، مقدار X از مجموعه انتخابی $[d_1, d_2]$ با بالاترین عضویت در مجموعه D پذیرفته می‌شود. این مقدار X ، $\mu_D(X)$ را ماکزیمم می‌کند و تصمیم‌بیشینه نامیده می‌شود.



فرآیند تصمیم‌گیری با استفاده از عملگر اشتراک

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

روابط مربوط به مدل‌های تصمیم‌گیری با چند هدف و چند محدودیت قابل تعمیم هستند به طوری که برای n هدف و m محدودیت، تابع عضویت تصمیم و تصمیم بیشینه به شرح زیر خواهد بود:

تصمیم

$$D = G_1 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap \dots \cap C_m$$

تابع
عضویت

$$\mu_D(x) = \min(\mu_{G_1}(x) \dots \mu_{G_n}(x), \mu_{C_1}(x) \dots \mu_{C_m}(x))$$

تصمیم بیشینه

$$X_{\max} = \{x \mid \mu_D(x) \text{ is max}\}$$

مثال

$$A_{alt} = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$G = \{(1,0), (2,0.2), (3,0.4), (4,0.6), (5,0.8), (6,1)\}$$

$$C = \{(1,1), (2,0.9), (3,0.7), (4,0.6), (5,0.2), (6,0)\}$$

$$D = G \cap C = \{(1, \min(0,1)), (2, \min(0.2,0.9)), \dots, (6, \min(1,0))\}$$

$$= \{(1,0), (2,0.2), (3,0.4), (4,0.6), (5,0.2), (6,0)\}$$



تصمیم بیشینه

تصمیم = نقطه تلاقی اهداف و محدودیتها

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

مثال: تقسیم سود

هیات مدیره شرکتی، علاقه مند به پرداخت سود مقبول و جذاب و از طرف دیگر خواهان دادن سود معقول به صاحبان سهام است.

$$A_{alt} = \{x \mid 0 < x \leq 8\}$$

موارد مناسب برای توابع عضویت، بخشهایی از اعداد مثلثی و ذوزنقه ای هستند، همچنین ممکن است از منحنی های زنگوله ای شکل نیز استفاده شود.

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x \leq 1 \\ \frac{x-1}{4} & 1 \leq x \leq 5 \\ 1 & 5 \leq x \leq 8 \end{cases} \quad \mu_C(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x \leq 2 \\ \frac{x-6}{4} & 2 \leq x \leq 6 \\ 0 & 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

$\mu_G(x)$ هرچه سود بیشتر باشد مقبولیت بیشتری برای مشتریان خواهد داشت لذا این تابع عضویت افزایشی است

$\mu_C(x)$ هر چه سود کمتر باشد مقبولیت بیشتری برای هیات مدیره خواهد داشت لذا این تابع عضویت کاهشی است

$$D = G \cap C = \{ \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \}$$

تصمیم گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

مثال: خط مشی استخدام

شرکتی، یک پست سازمانی برای داوطلبان آگهی می کند. ۵ نفر داوطلب شده اند. داوطلبان مجموعه گسسته گزینه ها یعنی A_{alt} را تشکیل می دهند. کمیته استخدام داوطلبینی را لازم دارد که دارای ویژگیهای به خصوصی مانند تجربه، دانش رایانه و سن جوانی باشند. کمیته همچنین می خواهد محدودیت حقوق معقول را در نظر بگیرد یعنی هر داوطلب با توجه به حقوقی که برای خود پیشنهاد می کند ارزیابی خواهد شد. در پایان فرآیند بررسی و پس از یک سری گفتگو، هر داوطلب از نقطه نظر اهداف و محدودیتهای استخدام روی مقیاس ۰ تا ۱ ارزیابی می شود.

$$A_{alt} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$$

$$G_1 = \{(x_1, 0.8), (x_2, 0.6), (x_3, 0.3), (x_4, 0.7), (x_5, 0.5)\}$$

$$G_2 = \{(x_1, 0.7), (x_2, 0.6), (x_3, 0.8), (x_4, 0.2), (x_5, 0.3)\}$$

$$G_3 = \{(x_1, 0.7), (x_2, 0.8), (x_3, 0.5), (x_4, 0.5), (x_5, 0.4)\}$$

$$C = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.7), (x_3, 0.6), (x_4, 0.8), (x_5, 0.9)\}$$

$$D = G_1 \cap G_2 \cap G_3 \cap C$$

$$\mu_D(x) = \min(\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), \mu_{G_3}(x), \mu_C(x))$$

$$D = \{(x_1, 0.4), (x_2, 0.6), (x_3, 0.3), (x_4, 0.2), (x_5, 0.3)\}$$

$$X_{\max} = (x_2, 0.6)$$



داوطلب شماره 2 بهترین کاندیدا برای پست این شرکت به شمار می‌رود.

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

مجموعه گزینه‌ها (Aalt)

مجموعه اهداف (G)

انتخاب بنای ساختمان

چهار نوع ساختمان برای ساخته شدن در یک شهر طراحی شده است اما ترتیب توالی ساخت آنها تعیین نشده است. شرکت ساختمانی متولی، می‌خواهد بنایی را انتخاب کند که ابتدا باید ساخته شود. شرکت ترجیح می‌دهد بنایی را احداث کند که نه خیلی مهم، اما خیلی سودآور باشد و زمان ساخت نسبتاً طولانی را به خود اختصاص دهد. شرکت همچنین آگاه است که شورای شهر ترجیح می‌دهد اولین بنا خیلی مهم با زمان ساخت کوتاه و هزینه ساخت معقول باشد. مدیریت شرکت اهداف و محدودیت‌ها را به وسیله مجموعه‌های فازی ذیل توصیف می‌کند:

مجموعه محدودیتها (C)

$$A_{alt} = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$$

$$G_1 = \{(b_1, 0), (b_2, 0.4), (b_3, 0.3), (b_4, 0.8)\}$$

$$G_2 = \{(b_1, 0.5), (b_2, 0.6), (b_3, 0.7), (b_4, 0.3)\}$$

$$G_3 = \{(b_1, 0.8), (b_2, 0.7), (b_3, 1), (b_4, 0.2)\}$$

$$C_1 = \{(b_1, 1), (b_2, 0.6), (b_3, 0.7), (b_4, 0.2)\}$$

$$C_2 = \{(b_1, 0.3), (b_2, 0.4), (b_3, 0.5), (b_4, 0.7)\}$$

$$C_3 = \{(b_1, 0.3), (b_2, 0.4), (b_3, 0.7), (b_4, 0.2)\}$$

$$D = G_1 \cap G_2 \cap G_3 \cap C_1 \cap C_2 \cap C_3$$

$$\mu_D(x) = \min(\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), \mu_{G_3}(x), \mu_{C_1}(x), \mu_{C_2}(x), \mu_{C_3}(x))$$

$$D = \{(b_1, 0), (b_2, 0.4), (b_3, 0.3), (b_4, 0.2)\}$$



بهترین نوع ساختمان

تصمیم گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

خط مشی خانه سازی برای خانواده های کم درآمد
 شواری شهری می خواهد برای خانواده های کم درآمد که در یک ساختمان آپارتمانی قدیمی در یک بخش
 بزرگ از شهر زندگی می کنند خط مشی معرفی کند
 سه نوع پروژه تحت بررسی است: p1: نوسازی و مدیریت مسکن P2: برنامه انتقال مالکیت، P3: ساختمان
 جدید
 پروژه اول و وسوم مستلزم جابجایی جزئی یا کامل خانواده ها است. کارشناسان سه هدف و یک محدودیت
 ارائه کردند که به وسیله مجموعه های فازی زیر توصیف می شوند.
 کدام پروژه انتخاب شود؟

$$G1 \text{ مسکن کیفیت} = \{(p1, 0.2), (p2, 0.4), (p3, 0.8)\}$$

$$G2 \text{ تعداد بیشتر خانه} = \{(p1, 0.1), (p2, 0), (p3, 0.9)\}$$

$$G3 \text{ محیط زندگی بهتر} = \{(p1, 0.4), (P2, 0.5), (p3, 0.8)\}$$

$$C1 \text{ هزینه معقول} = \{(p1, 0.8), (p2, 0.9), (p3, 0.4)\}$$

تصمیم گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

استراتژی انتخاب شغل

به یک نفر سه شغل پیشنهاد می شود. محدودیتها شامل

$$C_1 = \{(p_1, 0.5), (p_2, 0.7), (p_3, 0.8)\}$$

$$C_2 = \{(p_1, 0.3), (p_2, 0.8), (p_3, 1)\}$$

$$C_3 = \{(p_1, 0.3), (p_2, 0.7), (p_3, 0.5)\}$$

حقوق پیشنهادی به ترتیب ۳۰، ۳۵ و ۴۰ هزار واحد پولی است. حقوق بر اساس تابع فازی زیر توصیف می شود

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0 & 0 < X < 25000 \\ \frac{x - 25000}{20000} & 25000 < x < 45000 \\ 1 & x > 45000 \end{cases}$$

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

قیمت گذاری محصول جدید توسط یک شرکت، یک وظیفه پیچیده است که نیازمند اقدامات جمعی کارشناسان امور مالی، بازاریابی، فروش و مدیریت است تا قیمت اولیه یک محصول مصرفی جدید را پیشنهاد دهند. مدل قیمت گذاری با استفاده از روش تصمیم‌گیری مبتنی بر برخی از الزامات (قواعد یا اهداف) است که توسط کارشناسان تعیین می‌گردد. به عنوان مثال تعدادی از این الزامات شامل موارد ذیل است:

- R_1 محصول باید ارزان قیمت باشد
- R_2 محصول باید گران قیمت باشد
- R_3 محصول باید قیمتی نزدیک به دو برابر هزینه تولید داشته باشد
- R_4 محصول باید قیمتی نزدیک به قیمت رقابتی داشته باشد
- R_5 محصول باید اندکی گرانتر از قیمت رقابتی باشد

یک مدل قیمت گذاری دقیق باید شامل حداقل **دو** الزام باشد.

مقادیر زبانی ارزان قیمت و گران قیمت می‌توانند به وسیله اعداد ذوزنقه ای یا مثلثی چپ و راست روی مجموعه گزینه‌ها توصیف شوند.

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

مدلهای قیمت گذاری با سه قاعده

حالت ۱. یک مدل قیمت گذاری شامل ۳ قاعده R_1 R_2 R_3 را در نظر بگیرید. فرض کنید قیمت رقابتی ۲۵ دلار و دو برابر هزینه تولید ۳۰ دلار است. همچنین فرض کنید که مجموعه گزینه‌ها بازه $[10, 50]$ است، و این به آن معنی است که قیمت محصول باید از بین اعداد این بازه انتخاب شود. مقادیر زبانی قواعد توسط اعداد فازی به شرح ذیل توصیف می‌شوند.

- R_1 (ارزان قیمت) به وسیله عدد مثلثی راست
 R_2 (نزدیک به قیمت رقابتی) به وسیله عدد مثلثی کامل
 R_3 (نزدیک به دو برابر هزینه تولید) به وسیله عدد مثلثی کامل

$$\mu_{R_1}(x) = \begin{cases} \frac{-x + 40}{30} & 10 \leq x \leq 40 \\ 0 & \text{Other} \end{cases} \quad \mu_{R_2}(x) = \begin{cases} \frac{x - 20}{5} & 20 \leq x \leq 25 \\ \frac{-x + 30}{5} & 25 \leq x \leq 30 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad \mu_{R_3}(x) = \begin{cases} \frac{x - 25}{5} & 25 \leq x \leq 30 \\ \frac{-x + 35}{5} & 30 \leq x \leq 35 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

مدلهای قیمت گذاری با سه قاعده

$$\mu_D(x) = \min(\mu_{R1}(x), \mu_{R2}(x), \mu_{R3}(x))$$

برای به دست آوردن تصمیم بیشینه باید توابع عضویت قواعد مختلف را در بازه ای که تلاقی آنها اتفاق می افتد محاسبه نمود، بر این اساس در بازه ۲۵ تا ۳۰ باید نقطه تلاقی دو ضابطه $R1$ تا $R3$ پیدا شود.

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

حالت ۲. حال فرض کنید الزام R_1 به وسیله تعدیل گره‌های خیلی و نسبتا تعدیل می‌شود.

R_{1very} محصول باید خیلی ارزان قیمت باشد

$$\mu_{R_{1very}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{-x+40}{30}\right)^2 & 10 \leq x \leq 40 \\ 0 & Other \end{cases}$$

تابع عضویت جدید در بازه خود یک سهمی است و این شکل جدید باعث می‌شود تا تصمیم بیشینه نسبت به حالت اول **کاهش** یابد. نحوه یافتن تصمیم بیشینه مانند حالت قبل است.

حالت ۳. حال فرض کنید محصول باید نسبتا ارزان قیمت باشد.

$R_{1fairly}$ محصول باید نسبتا ارزان قیمت باشد

$$\mu_{R_{1fairly}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{-x+40}{30}\right)^{\frac{1}{2}} & 10 \leq x \leq 40 \\ 0 & Other \end{cases}$$

تابع عضویت جدید در بازه خود یک سهمی است و این شکل جدید باعث می‌شود تا تصمیم بیشینه نسبت به حالت اول **افزایش** یابد. نحوه یافتن تصمیم بیشینه مانند حالت قبل است.

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

۱. قاعده نزدیک به قیمت رقابتی (R_2) در تصمیم فازی سهم است اما تصمیم بیشینه توسط دو قاعده دیگر یعنی نزدیک به دو برابر هزینه تولید و ارزان قیمت تعیین می‌شود.
۲. تعدیل گر خیلی، بیشتر روی الزام ارزان قیمت بودن تاکید می‌کند به این علت است که باعث کاهش ارزان قیمت بودن تصمیم بیشینه می‌شود. در اینجا نیز مانند حالت قبل قاعده نزدیک به قیمت رقابتی در تصمیم فازی سهم است اما در تصمیم بیشینه سهم نیست.
۳. ورود تعدیل گر نسبتا به قاعده ارزان قیمت بودن در تصمیم‌گیری فازی سهم نیست. فقط قواعد نزدیک به قیمت رقابتی و دو برابر هزینه تولید در تصمیم فازی سهم هستند.

دو مدل اول تصمیمات بیشینه را بر مبنای ارزان قیمتی و دو برابر هزینه تولید حاصل می‌کنند، بدون اینکه سهم قیمت رقابتی را در مدل موردنظر منعکس نمایند. یک شرکت با چنین خط مشی قیمت گذاری ممکن است شرایط بازار مطلوبی را برای رقبای خود ایجاد کند. به عنوان یک پیامد شرکت ممکن است زیانهای ناشی از افت قیمت، طراحی مجدد محصول یا حذف از بازار را متحمل شود.

تنها روش صحیح و منطقی برای قیمت گذاری، عمل کردن به چیزی است که بازار علاقه مند به پرداخت آن است.

تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک اهداف و محدودیتها

در تعدادی از مدل‌های قیمت‌گذاری قواعدی وجود دارد که در تصمیم‌گیری سهم نیستند. ریشه این مشکل در روش تصمیم‌گیری مبتنی بر اشتراک نهفته است. رابطه‌ای که برای یافتن تصمیم بیشینه وجود دارد (ماکسی مین) همیشه سهم‌شدن همه قواعدی که در مدل شرکت دارند را تضمین نمی‌کند. در چنین مواردی تصمیم‌گیری با استفاده از اشتراک ممکن است تکنیک چندان مناسبی نباشد.

نگرش دومی که در ابتدای بحث مطرح شد **میانگین فازی** است که همه اهداف و محدودیت‌ها را در تصمیم‌گیری سهم می‌کند.

✓ در روش میانگین فازی اهداف و محدودیتها، یا الزامات (قواعد)، با استفاده از اعداد مثلثی و دوزنقه ای توصیف می شوند.

✓ اگر قواعد طبق درجه اهمیت شان رتبه بندی شوند، میانگین فازی موزون به کار می رود.

✓ نتیجه این روش عدد مثلثی یا دوزنقه ای D است که به عنوان تصمیم منظور می شود.

✓ برای یافتن تصمیم پیشینه، مقداری را درون بازه D در نظر می گیریم که درجه عضویت آن ماکزیمم مقدار را داشته باشد. همچنین میانگینهای آماری می توانند در این رابطه مورد استفاده قرار بگیرند.

تقسیم سود با استفاده از میانگین فازی و میانگین موزون فازی

این مثال می خواهد مثال تقسیم سود را مجدداً با استفاده از تکنیک میانگین فازی حل کند. هدف سود مقبول (G) و محدودیت سود معقول (C) به ترتیب اعداد دوزنقه ای چپ و راست هستند که به صورت زیر ارائه می شوند:

$$G = (1,5,8,8)$$

$$C = (0,0,2,6)$$

استفاده از محاسبات مستقیم (یا رابطه میانگین دوزنقه ای) عدد مثلی تصمیم را حاصل می کند:

$$D = A_{ave} = (G + C) / 2 = (0.5,2.5,5,7)$$

تابع عضویت تصمیم دارای یک بخش هم سطح است که بازتاب آن روی محور X بازه [2.5 5] است. اعداد این بازه بیشترین درجه عضویت را در D دارا هستند. تصمیم بیشینه را به صورت نقطه میانی این بازه تعریف می کنیم. تصمیم بیشینه با استفاده از روش اشتراک مقدار ۳.۵ بود.

این اعداد به هیات مدیره اعلام می شود تا تصمیم گیری نماید که کدام عدد مدنظر قرار گیرد.

حالت دیگری از این مثال:

فرض کنید هیات مدیره اوزان متفاوتی را به G و C تخصیص می دهد. مثلاً مقدار G به 0.4 و C به 0.6 ، به این معنی که محدودیت کمی مهمتر از هدف است.

$$\begin{aligned} D = A_{\text{ave weighted}} &= (0.4)G + (0.6)C \\ &= (0.4) (1,5,8,8) + (0.6) (0,0,2,6) \\ &= (0.4,2,4.4,6.8) \end{aligned}$$

تصمیم D دارای یک بازه هم سطح $[2, 4.4]$ می باشد که نقطه میانی آن، تصمیم بیشینه (به صورت ذوزنقه ای) را ارائه می کند، که مطابق انتظار کمتر از 3.75 (بدون ارجحیت محدودیت نسبت به هدف) است.

$$X_{\text{max}} = (2 + 4.4) / 2 = 3.2$$

(مثال قیمت گذاری با ۳ قاعده) را در نظر بگیرید. قواعد R_1 ، R_2 و R_3 با استفاده از اعداد مثلثی توصیف می شوند که می توانند به صورت ذیل نوشته شوند:

$$R_1 = (10, 10, 40)$$

$$R_2 = (20, 25, 30)$$

$$R_3 = (25, 30, 35)$$

استفاده از فرمول میانگین مثلثی تصمیم زیر را نتیجه می دهد:

$$D = A_{ave} = (R_1 + R_2 + R_3) / 3$$

$$= (55, 65, 105) / 3$$

$$= (18.33, \mathbf{21.67}, 35)$$

تصمیم بیشینه در مثال ۵ مقدار ۲۷.۱۴ بود که با تصمیم بیشینه به دست آمده با این روش تفاوت زیادی دارد. اینکه کدام مقدار صحیح است پاسخ قطعی ندارد بلکه هر دو مقدار باید به عنوان پیشنهاد مدنظر قرار گیرد. کارشناسان باید یک تصمیم نهایی اتخاذ نمایند (به عنوان مثال میتوانند میانگین این دو را ملاک عمل قرار دهند).

- تحلیل مسائل پیچیده نیازمند تلاش ها و نظرات کارشناسان مختلف است.
- عقاید کارشناسان به وسیله کلمات زبان طبیعی و زبان تخصصی بیان می شود.
- این کلمات می توانند به عنوان مقادیر زبانی نگریسته شوند و بنابراین با استفاده از مجموعه های فازی و منطق فازی به کار رفته و توصیف می گردند.
- نظرات کارشناسان به طور معمول به درجات مختلف با هم موافق یا مخالف هستند که باید با هم ترکیب شده یا تطبیق داده شوند تا یک تصمیم حاصل گردد.
- روش تصمیم گیری با استفاده از نظرات چند نفر کارشناس را انبوهش یا اجماع می نامند و زمانی که نظرات کارشناسان متضاد هستند به منظور رفع تضاد مورد استفاده واقع می شوند.
- انبوهش با استفاده از میانگین فازی حاصل می شود.

تصمیم‌گیری با استفاده از نظرات چند نفر کارشناس

مدل سرمایه‌گذاری تحت عقاید موافق کارشناسان

یک مدل برنامه‌ریزی ساده سرمایه‌گذاری شخصی که وابسته به نرخهای بهره صعودی یا نزولی است، منجر به یک خط مشی **فعال (مهاجم)** یا **محافظه‌کار** می‌شود.

متغیرهای زبانی یعنی مفاهیم فازی هستند

→ با استفاده از عدد دوزنقه‌ای چپ روی مقیاس ۰ تا ۱۰۰ توصیف می‌شود.

→ با استفاده از عدد دوزنقه‌ای راست روی مقیاس ۱۰۰- تا صفر توصیف می‌شود.

اعداد روی مقیاس متصل ۱۰۰- تا ۱۰۰ مفهوم مشخصی دارند که توسط کارشناسان پذیرفته شده است. برای مثال ۵۰ و ۵۰- می‌توانند به عنوان شاخصهای سرمایه‌گذاری فعال میانه رو، و سرمایه‌گذاری محافظه‌کار میانه رو تعبیر شوند.

تصمیم گیری با استفاده از نظرات چند نفر کارشناس

فرض کنید نرخهای بهره نزولی بوده و سه نفر کارشناس (A_i) معتقد هستند که خط مشی سرمایه گذاری می تواند **فعال** باشد.



اعداد به صورت دوزنقه ای چپ ارائه می شود.

$$A_1 = (40,70,100,100)$$

$$A_2 = (45,80,100,100)$$

$$A_3 = (70,85,100,100)$$

انبوهش نظرات موافق کارشناسان (اهمیت نظرات یکسان فرض می شود) طبق رابطه میانگین دوزنقه ای نتایج زیر را حاصل می آورد:

$$A_{ave} = (A_1 + A_2 + A_3) / 3$$

$$= (155,235,300,300) / 3 = (51.66,78.33,100,100)$$

مقدار تصمیم بیشینه میانگین دوزنقه ای نقاط شروع و پایان بازه هم سطح در تصمیم جمعی A_{ave} می باشد:

$$X_{max} = (78.33 + 100) / 2 = \mathbf{89.16}$$

تعبیر این عدد، خط مشی سرمایه گذاری **خیلی فعال** است.

تصمیم گیری با استفاده از نظرات چند نفر کارشناس

حال فرض کنید نظرات سه نفر کارشناس به طور متفاوت روی مقیاس ۰ تا ۱۰ ارزیابی می شوند.

$$r_1 = 6$$

$$r_2 = 10$$

$$r_3 = 4$$

اوزان هر یک از کارشناسان می تواند اینگونه محاسبه گردد:

$$w_1 = r_1 / (r_1 + r_2 + r_3)$$

$$w_1 = 0.3$$

$$w_2 = 0.5$$

$$w_3 = 0.2$$

جایگزینی این مقادیر در فرمول میانگین موزون ذوزنقه ای تصمیم جمعی را نتیجه خواهد داد:

$$A_{ave\ weighted} = 0.3 A_1 + 0.5 A_2 + 0.2 A_3 = (48.5, 78, 100, 100)$$

برای یافتن تصمیم بیشینه فازی زدایی تصمیم جمعی الزامی است. این کار با میانگین ذوزنقه ای نقاط ابتدایی و انتهایی بازه هم سطح امکانپذیر است که مقدار **۸۹** را نتیجه می دهد.

تفاوت اندکی بین میانگین موزون و عادی تصمیم جمعی وجود دارد و همچنان خطی مشی سرمایه گذاری خیلی فعال را پیشنهاد می کند.

می توان چنین نتیجه گرفت که رتبه بندی کارشناسان در این مورد روی نتیجه نهایی تاثیر ندارد. این مطلب به طور اصولی به این واقعیت می رسد که عقاید کارشناسان کم و بیش به هم نزدیک هستند.

تصمیم‌گیری با استفاده از نظرات چند نفر کارشناس

خط مشی فعال در مقابل محافظه کار



مدل سرمایه‌گذاری تحت عقاید متضاد کارشناسان

همان مثال قبل را در نظر بگیرید اما فرض کنید کارشناسان عقاید متضادی دارند.
فرض کنید سه نفر کارشناس عقاید خود را (با اهمیت مساوی) به وسیله اعداد فازی زیر ارائه کنند:

$A_1 = (-100, -100, -50, -30)$ این کارشناس یک توصیف گر محافظه کار است (عدد دوزنقه ای راست)

$A_2 = (-10, 10, 30)$ این کارشناس توصیف گر اندکی فعال است (عدد مثلثی)

$A_3 = (60, 90, 100, 100)$ این کارشناس یک توصیف گر فعال است (عدد دوزنقه ای چپ)

برای انبوهش سه عقیده متضاد، ابتدا باید عقیده A_2 به صورت یک عدد دوزنقه ای ارائه شود.

$$A_2 = (-10, 10, 10, 3)$$

$$A_{ave} = (A_1 + A_2 + A_3) / 3 \\ = (-50, 0, 60, 100) / 3 = (-16.67, 0, 20, 33.33)$$

مقدار بیشینه عدد ۱۰ است که یک خط مشی خیلی محتاطانه روی طرف فعال مقیاس پیشنهاد می‌کند.

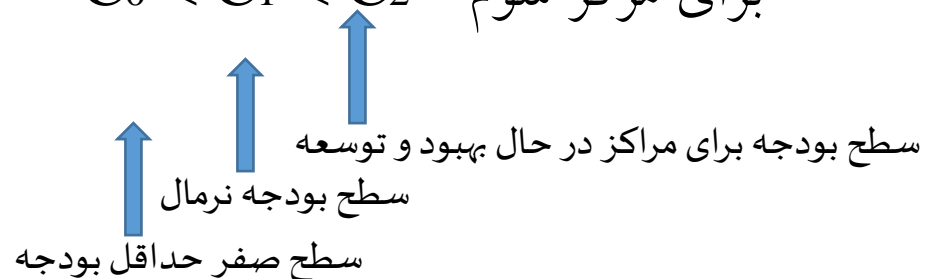
- شرکتها و کارگزارهای دولتی اغلب روش بودجه بندی بر مبنای صفر را برای برنامه ریزی بودجه با اطلاعات قطعی و معین استفاده می کنند.
- استفاده از داده های فازی به جای داده های قطعی به دلیل نادقیق و مشکوک بودن اطلاعات بسیار واقع بینانه است.
- این روش اعداد مثلثی را برای مدل سازی فازی در بودجه بندی مورد استفاده قرار می دهد.
- از آنجا که این روش از جمع اعداد مثلثی استفاده می کند از این نظر نزدیک به روش میانگین فازی است.
- بودجه بندی بر مبنای صفر نوعی بودجه بندی است که به موجب آن مدیران باید هر ساله اقلام هزینه را توجیه کنند

شرکتی را با چند مرکز تصمیم به نامهای A ، B و C در نظر بگیرید. فرض کنید تصمیم گیران روی اندکی بودجه اولیه با استفاده از تعدادی سطوح بودجه مشخص برای هر مرکز، بسته به اهمیت مرکز، موافق هستند. بودجه ها بر حسب ترم های اعداد فازی مثلثی حاصل از یک روش مشخص (دلفی - فازی) نشان داده می شوند. سطوح بودجه به شرح زیر پیشنهاد شده اند:

$A_0 < A_1 < A_2$ برای مرکز اول

$B_0 < B_1$ برای مرکز دوم

$C_0 < C_1 < C_2$ برای مرکز سوم



بودجه کل قابل حصول برای شرکت، محدود اما انعطاف پذیر است و می تواند به وسیله یک عدد ذوزنقه ای راست (L) با تابع عضویت زیر توصیف شود:



شرکت می خواهد یک بودجه فازی بهینه با راس $(S_M, 1)$ و سازگار با بودجه قابل دسترس L داشته باشد. بنابراین الزامی که در پی می آید عقلانی و خردمندانه است:
 (l_0 یعنی بودجه صفر، l_1 بودجه سطح یک و l_2 بودجه سطح ۲)

$$S_{opt} = (S_1, S_M, S_2) \text{ زیر مجموعه } L$$

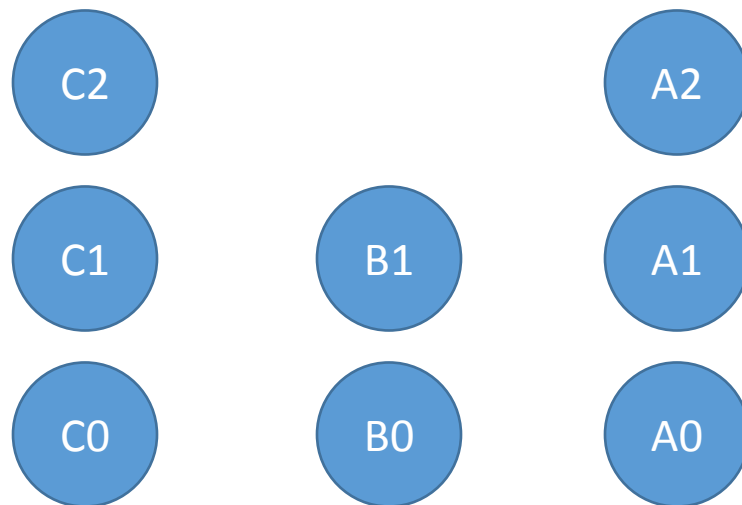
که

$$S_M = \max s_M \leq l_1$$

$$S_2 = \max s_2 \leq l_2$$

اگر بودجه قطعی مورد نیاز شرکت باشد شرکت بایستی مقدار بیشینه $X_{max} = S_M$ را در اول (S_{opt}) مدنظر قرار دهد.

تصمیم گیران، یک روش تخصیص بودجه "قدم به قدم" را بر حسب اهمیت هر مرکز در نظر خودشان دنبال می کنند. آنها یک بودجه برای هر مرکز انتخاب می کنند که از سطح صفر شروع می شود و کار را ادامه می دهند تا همه بودجه ها مشخص شود. بودجه سطح بالاتر شامل بودجه سطح پایین تر برای همان مرکز است. روش کار به شرح زیر است، به ترتیب اولویت هر مرکز بودجه به آنها اختصاص می یابد:



بودجه تجمعی طبق الگوی توزیع بودجه معرفی شده بعد از حذف بودجه های سطح پایین تر هر مرکز، زمانی که بودجه سطح بالاتر انتخاب شده باشد به ترتیب زیر خواهد بود:

$$S_1 = C_0$$

$$S_2 = A_0 + C_0$$

$$S_3 = A_0 + C_1$$

$$S_4 = A_0 + C_2$$

$$S_5 = A_0 + B_0 + C_2$$

$$S_6 = A_1 + B_0 + C_2$$

$$S_7 = A_2 + B_0 + C_2$$

$$S_8 = A_2 + B_1 + C_2$$

بودجه های S_1 تا S_8 اعداد مثلثی هستند چون آنها جمع اعداد مثلثی می باشند و می توانند به صورت زیر نشان داده شوند.

$$S_i = (S_1, S_M, S_2)$$

بودجه نهایی بایستی از ۸ بودجه فوق انتخاب شود.

کاربرد بودجه بندی بر مبنای صفر فازی

شرایط مشخصی را برای اعداد فازی ذکر شده در بخش قبلی ارائه می کنیم. محدوده بودجه قابل دسترس L به وسیله تابع زیر ارائه می گردد:

$$\mu_l(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 40000 \\ \frac{-x - 46000}{6000} & 40000 \leq x \leq 46000 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$$

۸ نوع بودجه به صورت زیر قابل ارائه می باشد:

$$A_0 = (10000, 11000, 12000)$$

$$A_1 = (12000, 13000, 15000)$$

$$A_2 = (14000, 15000, 17000)$$

$$B_0 = (7000, 9000, 11000)$$

$$B_1 = (11000, 12000, 13000)$$

$$C_0 = (7000, 9000, 12000)$$

$$C_1 = (11000, 13000, 15000)$$

$$C_2 = (15000, 18000, 19000)$$

بودجه های تجمعی با استفاده از اعداد فازی مثلثی داده شده قابل محاسبه هستند:

$$S_1 = C_0 = (7000, 9000, 12000)$$

$$S_2 = A_0 + C_0 = (17000, 20000, 24000)$$

$$S_3 = A_0 + C_1 = (21000, 24000, 27000)$$

$$S_4 = A_0 + C_2 = (25000, 29000, 31000)$$

$$S_5 = A_0 + B_0 + C_2 = (32000, 38000, 42000)$$

$$S_6 = A_1 + B_0 + C_2 = (34000, 40000, 45000)$$

$$S_7 = A_2 + B_0 + C_2 = (36000, 42000, 47000)$$

$$S_8 = A_2 + B_1 + C_2 = (39000, 45000, 49000)$$

بودجه های S_1 تا S_4 در مقایسه با محدوده بودجه L بسیار کم هستند، بنابراین شرکت آنها را رها کرده و مابقی را مدنظر قرار می دهد. بودجه های دیگر همراه بودجه L در نمودار نشان داده شده اند:

بودجه های S_5 و S_6 دارای راس ۱ برای $S_M(5) = 38000$ و $S_M(6) = 40000$ هستند، اما چون

$$I_1 = 40000 = S_M(6) > S_M(5)$$

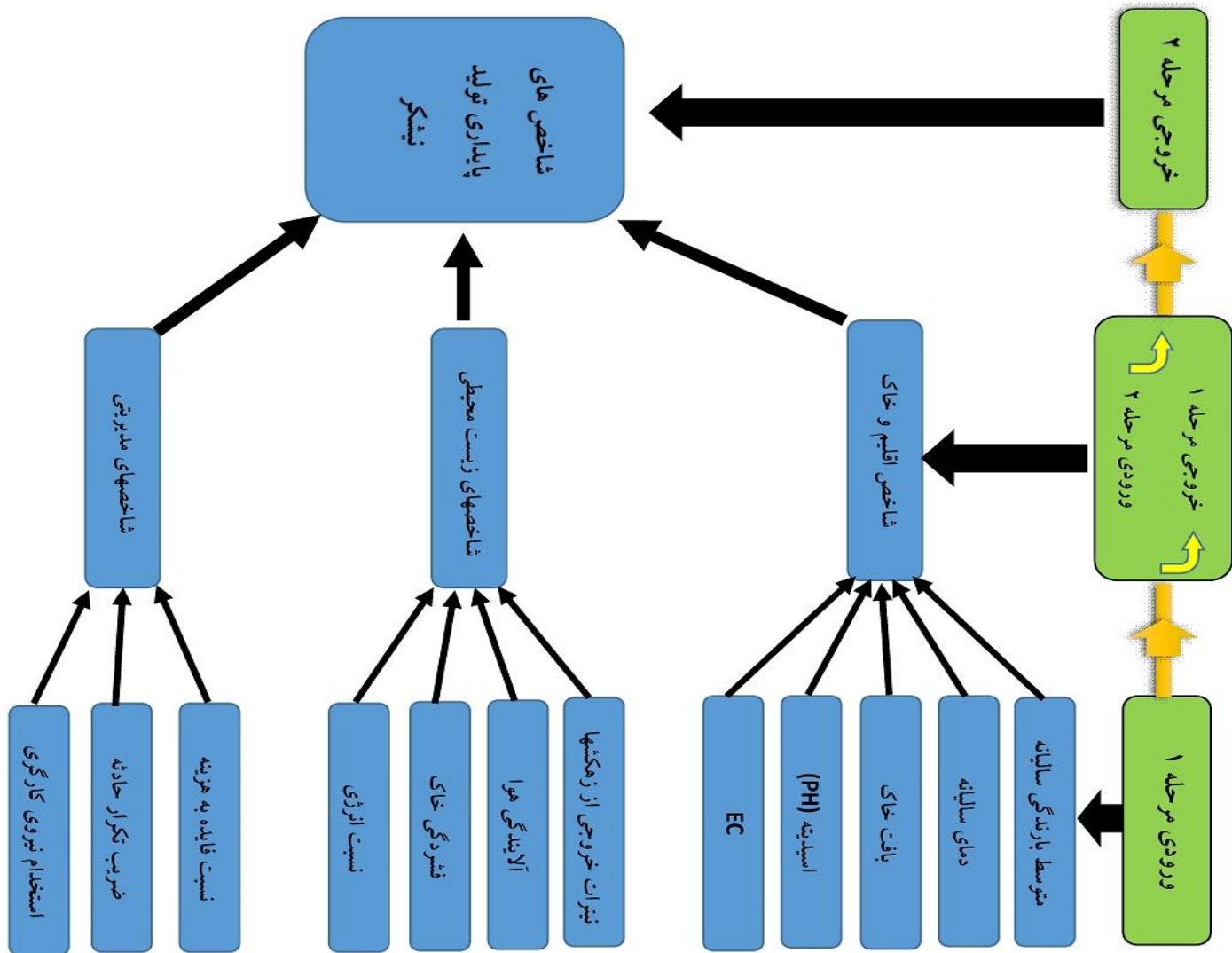
$$I_2 = 46000 = S_2(6) > S_2(5)$$

پس بودجه بهینه برابر با S_6 و بودجه قطعی نیز مساوی ۴۰۰۰۰ خواهد بود.

اگر شرکت این بودجه را بپذیرد با توجه رابطه تشکیل دهنده S6 مرکز A بودجه A1 (قطعی ۱۳۰۰)، مرکز B بودجه B0 (قطعی ۹۰۰) و مرکز C بودجه C2 (قطعی ۱۸۰۰۰) را می گیرد.

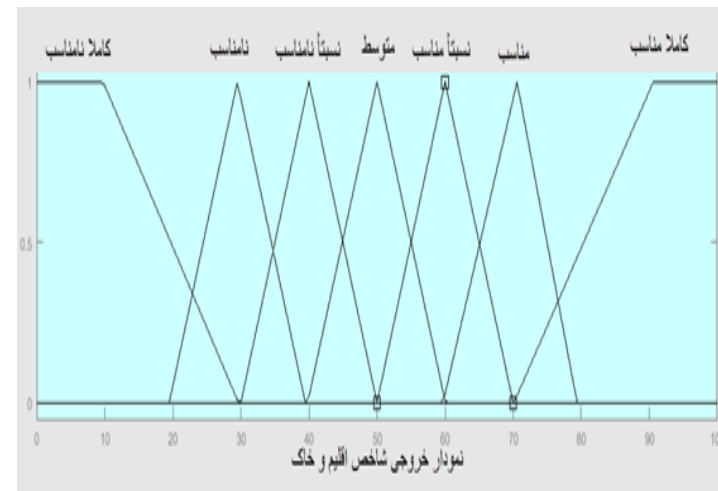
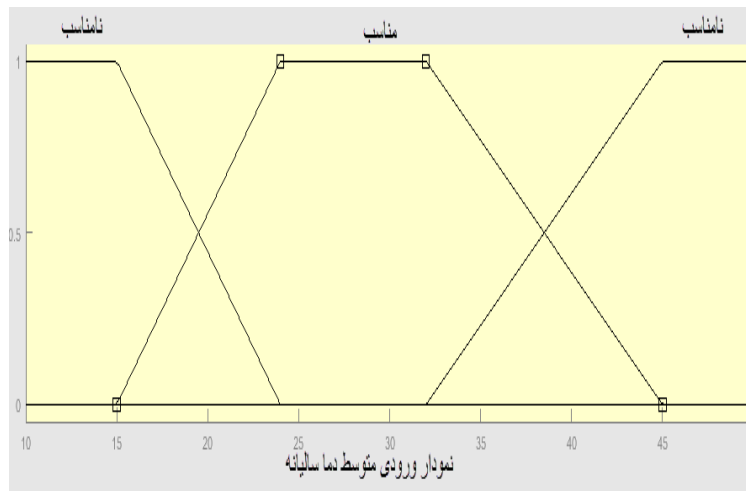
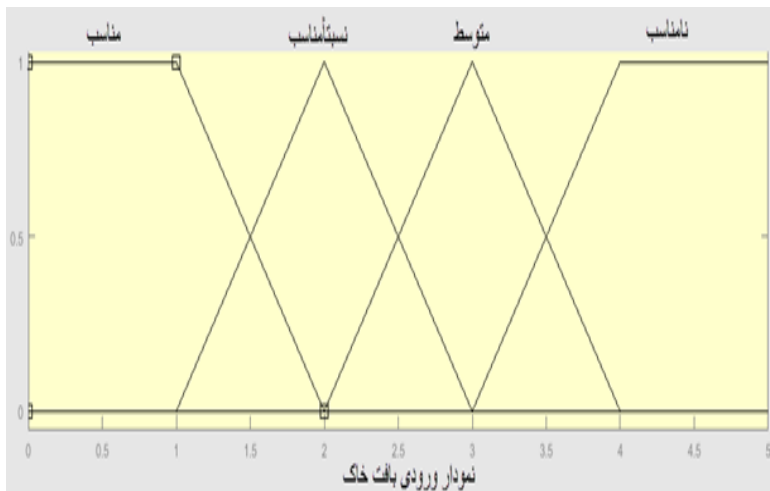
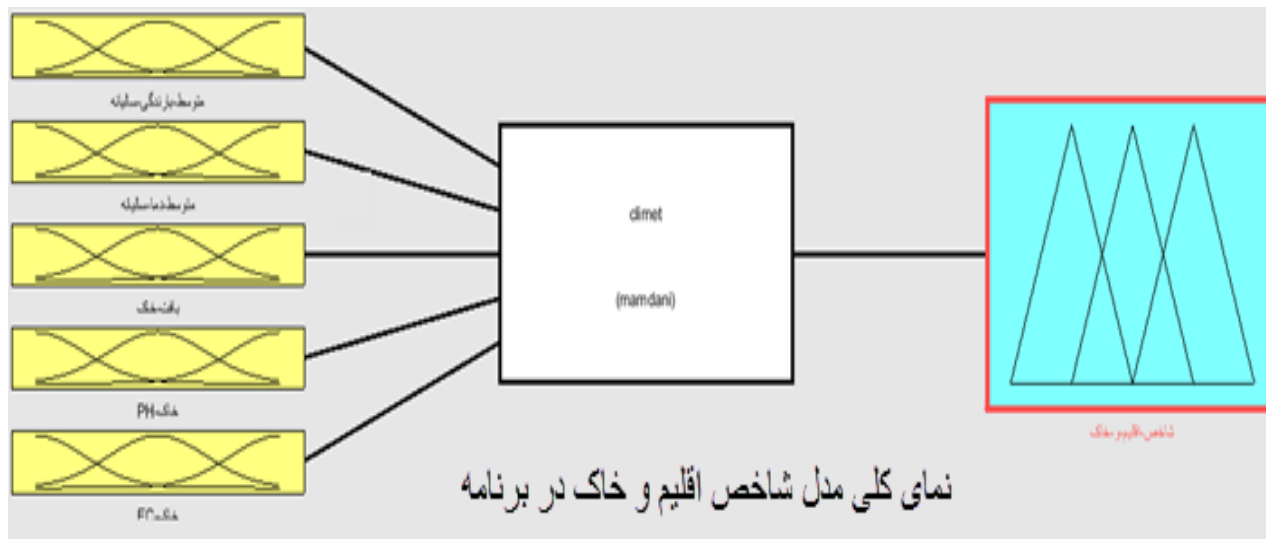
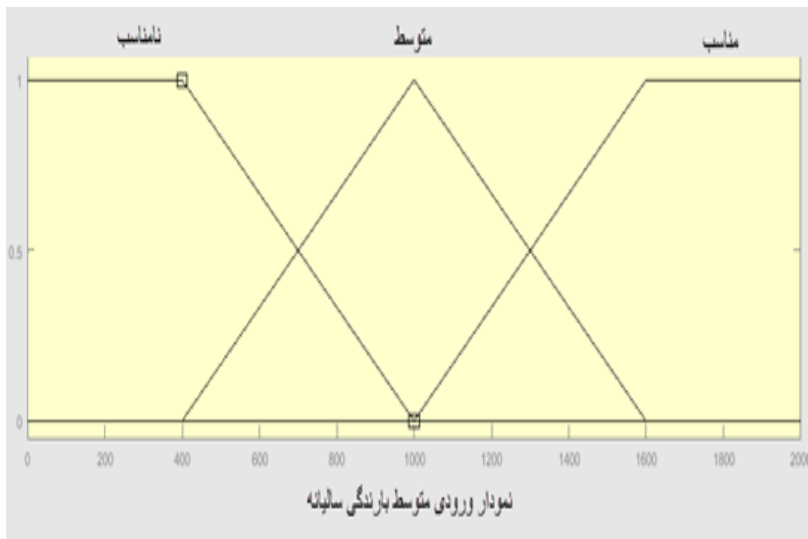
بودجه مرکز B در سطح صفر کمتر از نرمال است، تصمیم گیرندگان ممکن است تصمیم بگیرند این مرکز را ببندند و پول را بین دو مرکز دیگر که بسیار مهم تر هستند تقسیم کنند.

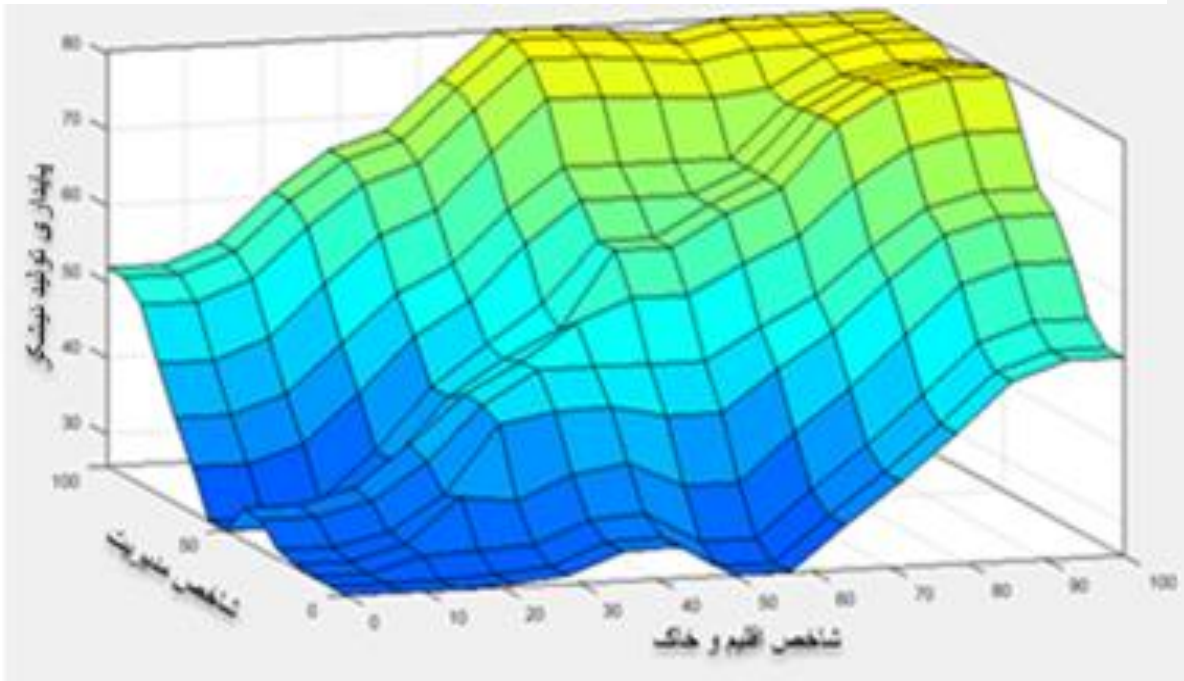
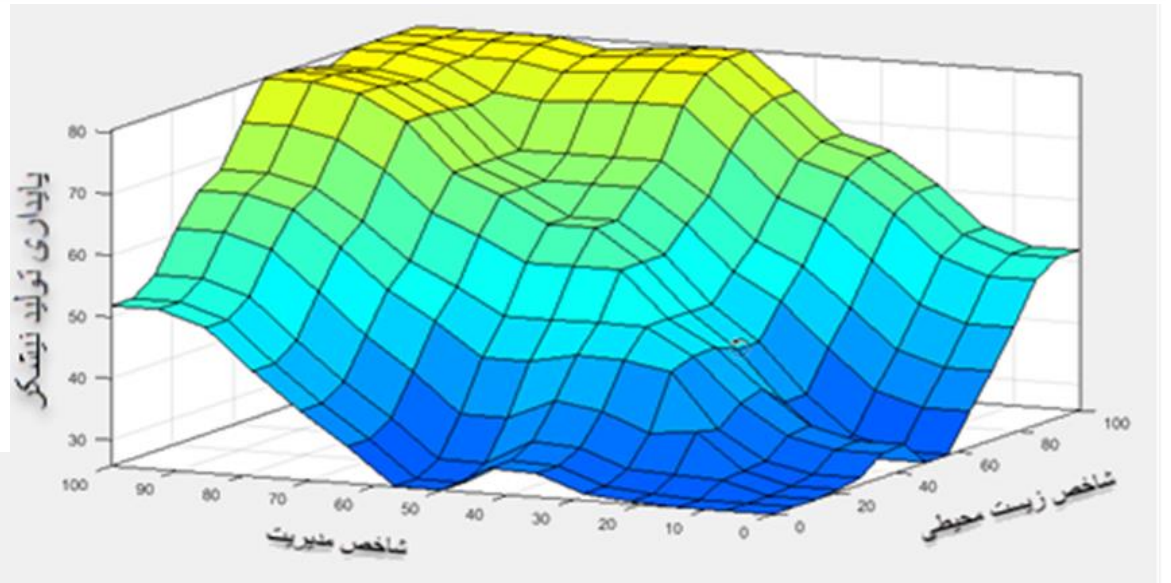
اگر مدیریت شرکت بخواهد خیلی انعطاف پذیر باشد و دلایلی برای بهینگی بیشتر داشته باشد بودجه S7 می تواند مدنظر قرار گیرد. این سطح بودجه این شرط که SM بیشتر از I_1 است را برآورده می کند.



کنترل فازی (مثال)

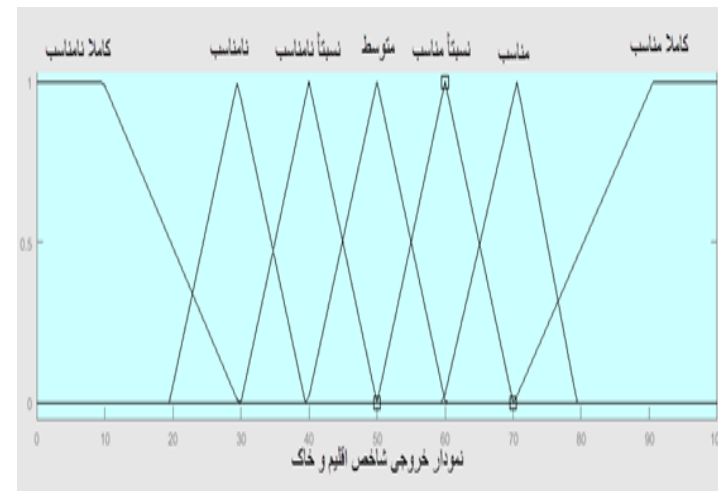
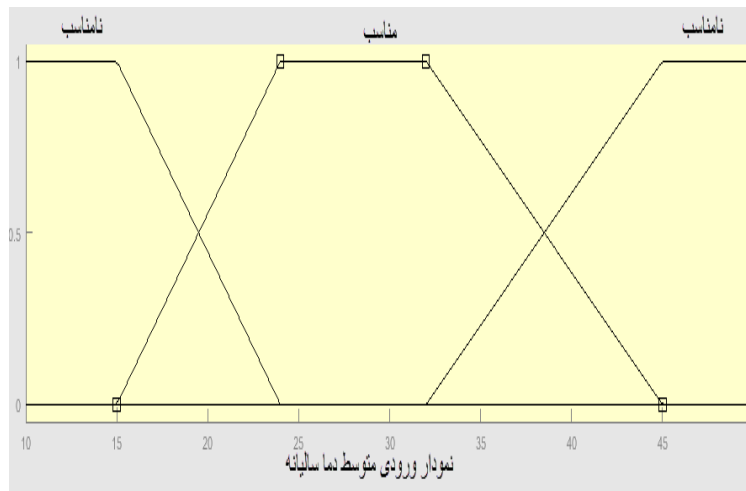
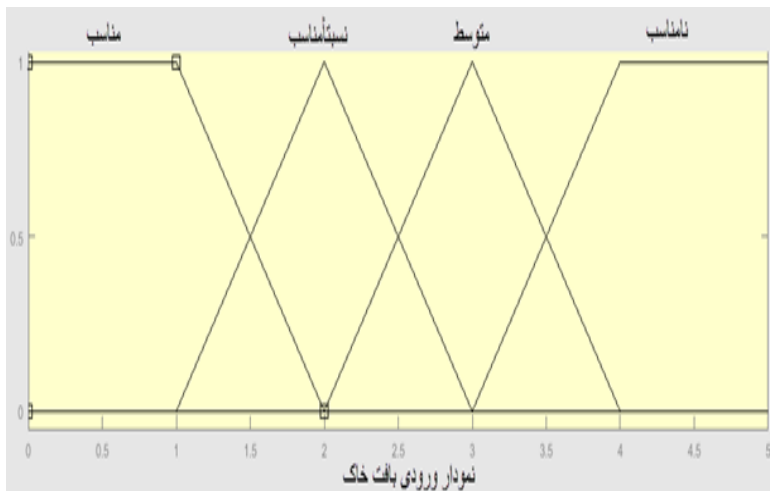
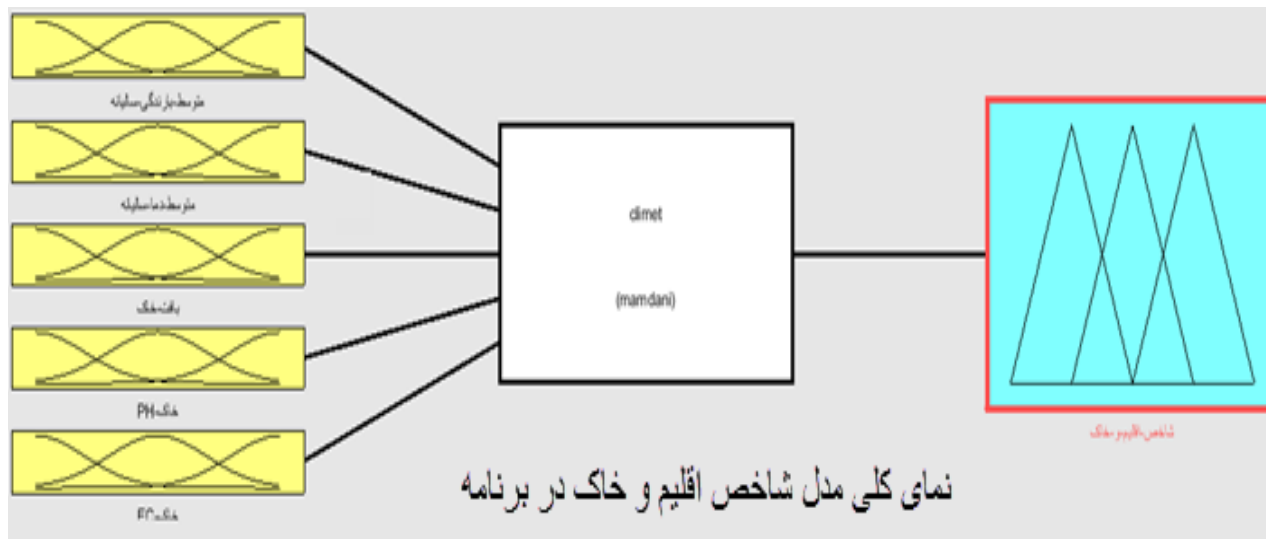
مدیریت فازی Fuzzy Management





کنترل فازی (مثال)

مدیریت فازی Fuzzy Management



توابع شرطی

If

این تابع در صورت صادق بودن شرط وارد شده، دستورات معین شده را یکبار اجرا می کند

While

این تابع تا زمانی که شرط وارد شده برقرار است دستور وارد شده انجام خواهد شد و تعداد تکرار مهم نیست

Switch

این دستور تصمیم گیری در میان چندین موضوع همسان را بر عهده دارد تا حدی شبیه به دستور if می باشد

توابع چرخه ای

For

می توان قسمتی از برنامه را به تعداد معلوم تکرار کرد

در پایان همه این دستورات دستور end استفاده می شود که نشان دهنده پایان چرخه است

Else

این دستور در داخل عبارت **if** استفاده می شود و در صورتی که شرط وارد شده صدق نکند دستورات وارد شده اجرا می شوند

elseif

با این دستور در یک زمان چند شرط را همزمان و پشت سر هم وارد می کنیم

```
a=input('please enter a number');  
if a==2  
    disp('your entered number is 2')  
elseif a==3  
    disp('your entered number is 3')  
elseif a==4  
    disp('your eneterd number is 4')  
else  
    disp('your entered number is not 2 3 4')  
end
```

Switch case otherwise end

```
a=input('please enter a number');  
switch a  
case 2  
    disp('your entered number is 2')  
case 3  
    disp('your entered number is 3')  
case 4  
    disp('your eneterd number is 4')  
otherwise  
    disp('your entered number is not 2 3 4')  
end
```

for..... end

```
for i=1:10  
دستورات  
end
```

```
for i=1:10  
    disp('level')  
    disp(i)  
end
```

```
x=[1 2 8;.5 1 6;.125 .1666666 1];
```

```
Sum(x)
```

```
Sum(x(:,1))
```

```
for i=1:length(x);
```

```
for j=1:length(x);
```

```
x2(i,j)=x(i,j)/sum(x(:,j));
```

```
wx (i)=(sum(x2(i,:)))/length(x);
```

```
end
```

```
end
```

	A اتومبیل	B اتومبیل	C اتومبیل
A اتومبیل	1	2	8
B اتومبیل	1/2	1	6
C اتومبیل	1/8	1/6	1

```
while..... end
```

مانند if شرطی وارد می شود ولی نحوه کنترل روند برنامه بدین صورت است که تا وقتی شرط صادق باشد دستورات داخل عبارت while تکرار خواهند شد

```
a=input('pleas enter a number')
while a~=1
    if a>1
        a=a-1
    end
    if a<1
        a=a+1
    end
    disp(a)
end
```


continue

در چرخه های تکرار استفاده می شود. زمانی که می خواهیم مرحله ای از چرخه انجام نشود و مراحل بعدی انجام شوند از این دستور استفاده می شود

Break

با اجرای این دستور برنامه در حالتی که باشد کاملاً از داخل حلقه خارج می شود

فرآیند تحلیل سلسله مراتبی (Analytical Hierarchy process-AHP) که اولین بار توسط آقای ساعتی در ۱۹۸۰ مطرح شد، یکی از کارآمدترین تکنیک‌های تصمیم‌گیری است که بر اساس مقایسه‌های زوجی بنا نهاده شده و امکان بررسی انتخاب‌های مختلف را به مدیران می‌دهد.

اساس این روش مشابه آنچه در مغز انسان انجام می‌شود، به تجزیه و تحلیل مسائل می‌پردازد. برقراری ترجیحات از طریق مقایسه زوجی و ارتباط هدف اصلی موجود در مساله با معیارها و گزینه‌ها به صورت سلسله مراتبی صورت می‌پذیرد. فرآیند تحلیل سلسله مراتبی با تجزیه مسائل مشکل و پیچیده، آن‌ها را به شکلی ساده تبدیل کرده، به حل این مسائل می‌پردازد.

در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، عناصر هر سطح نسبت به عنصر مربوطه خود در سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده، سپس وزن نسبی آن‌ها محاسبه می‌گردد که مقایسه‌های زوجی موجب ایجاد ماتریس می‌گردند. با تلفیق وزن‌های نسبی، وزن نهایی (مطلق) هر گزینه مشخص می‌گردد.

اصول فرایند تحلیل سلسله مراتبی

(Reciprocal Condition)

اصل ۱. شرط معکوسی

(Homogeneity)

اصل ۲. همگنی

(Dependency)

اصل ۳. وابستگی

(Expectation)

اصل ۴. انتظارات

اصول فرایند تحلیل سلسله مراتبی

اصل ۱. شرط معکوسی: اگر ترجیح عنصر A بر عنصر B برابر n باشد ترجیح عنصر B بر عنصر A برابر $1/n$ خواهد بود.

اصل ۲. همگنی: عنصر A با عنصر B باید همگن و قابل قیاس باشند. به بیان دیگر برتری عنصر A بر عنصر B نمی تواند بی نهایت یا صفر باشد.

اصل ۳. وابستگی: هر عنصر سلسله مراتبی به عنصر سطح بالاتر خود می تواند وابسته باشد و به صورت خطی این وابستگی تا بالاترین سطح می تواند ادامه داشته باشد.

اصل ۴. انتظارات: هر گاه تغییر در ساختمان سلسله مراتبی رخ دهد پروسه ارزیابی باید مجددا انجام گیرد.

مراحل فرایند تحلیل سلسله مراتبی

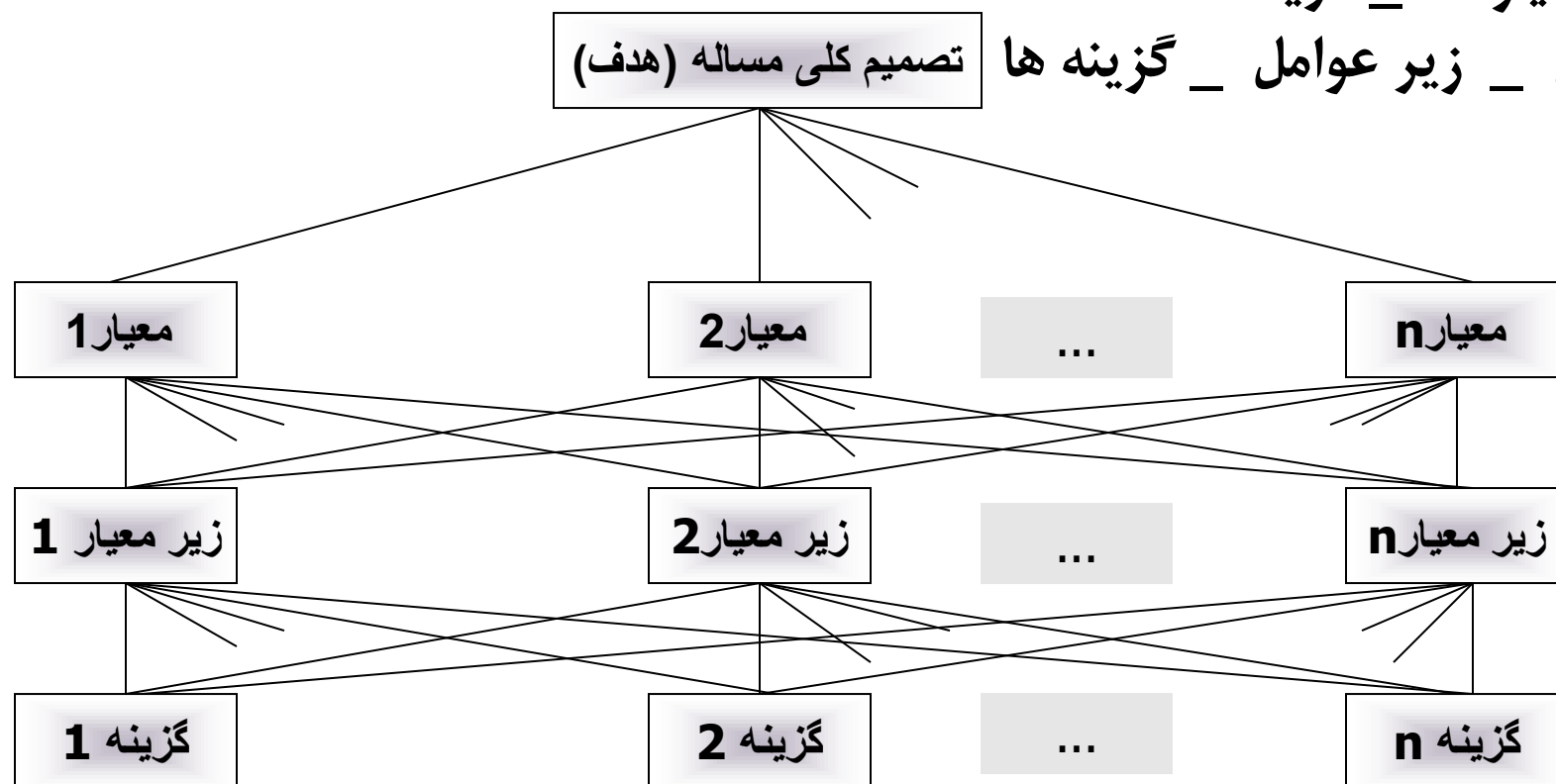
- ساخت سلسله مراتبی
- مقایسه های زوجی
- ترکیب وزن‌ها
- تحلیل حساسیت
- روش رتبه بندی

ساختمان سلسله مراتبی

سلسله مراتبی یک نمایش گرافیکی از مساله پیچیده واقعی می باشد که در راس آن هدف کلی مساله و در سطوح بعدی معیارها و گزینه ها قرار دارند ، هر چند یک قاعده ثابت و قطعی برای رسم سلسله مراتبی وجود ندارد. سلسله مراتبی ممکن است به یکی از صورت های زیر باشد:

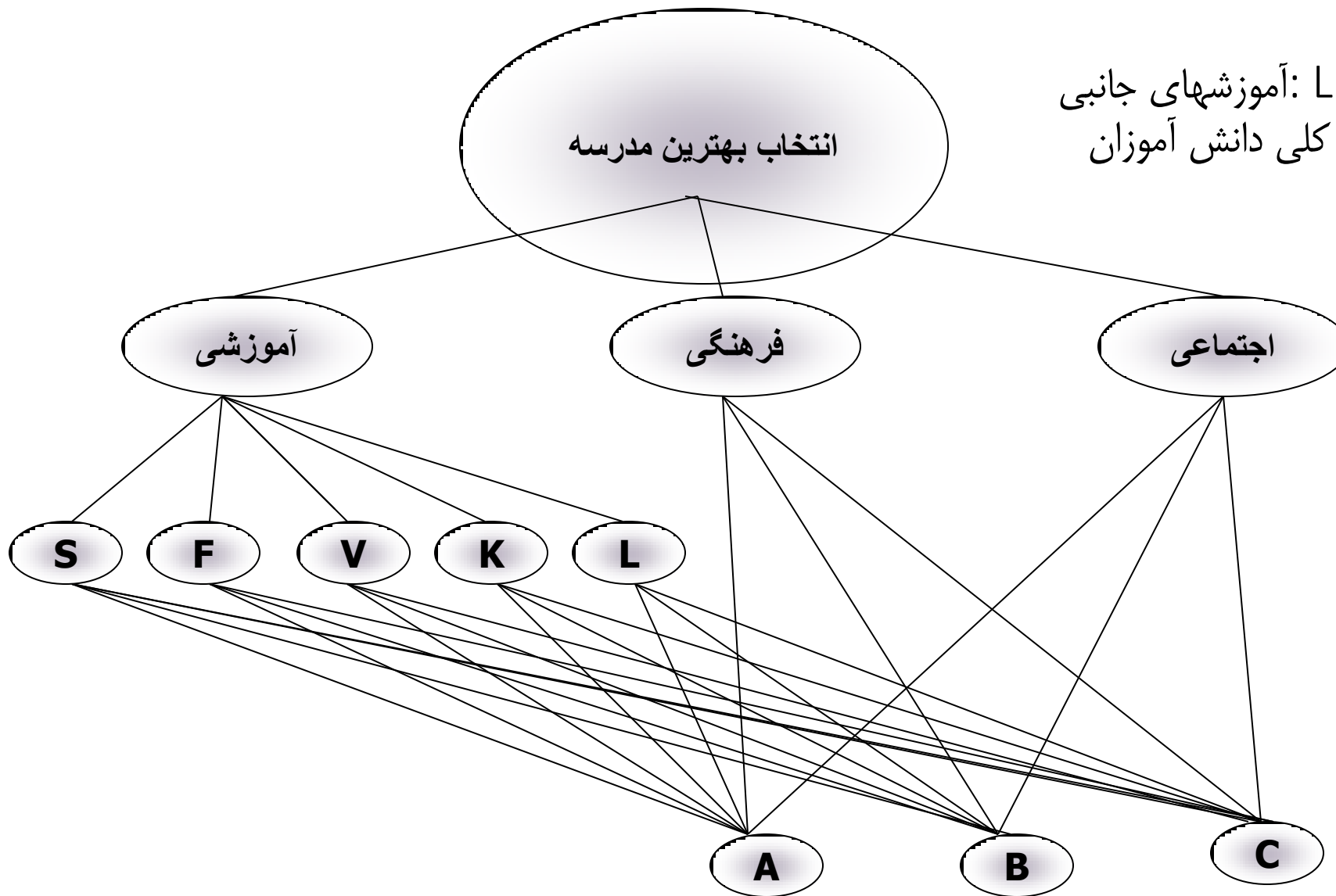
هدف _ معیارها _ زیر معیارها _ گزینه ها

هدف _ معیارها _ عوامل _ زیر عوامل _ گزینه ها



سلسله مراتبی انتخاب یک مدرسه

V: نظم K: آمادگی برای دانشگاه L: آموزشهای جانبی
 S: کیفیت آموزشی F: استاندارد کلی دانش آموزان



مقدار عددی	ترجیحات (قضاوت شفاهی)	
۹	Extremely preferred	کاملاً مرجح یا کاملاً مهم تر یا کاملاً مطلوب تر
۷	Very strongly preferred	ترجیح با اهمیت یا مطلوبیت خیلی قوی
۵	Strongly preferred	ترجیح با اهمیت یا مطلوبیت قوی
۳	Moderately preferred	کمی مرجح یا کمی مهم تر یا کمی مطلوب تر
۱	Equally preferred	ترجیح یا اهمیت یا مطلوبیت یکسان
۸، ۶، ۴، ۲		ترجیحات بین فواصل قوی

مراحل فرایند تحلیل سلسله مراتبی

مثال

تصور کنید که می خواهیم از بین سه اتومبیل A, B, C یکی را انتخاب کنیم. چهار معیار مد نظر می باشد: راحتی، قیمت، میزان مصرف سوخت، مدل.

حل این مثال را طی قدمهای زیر تشریح می کنیم:

ساختن سلسله مراتبی

محاسبه وزن

سازگاری سیستم

محاسبه وزن نسبی اتومبیل ها از نظر راحتی

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C
اتومبیل A	1	2	8
اتومبیل B	$1/2$	1	6
اتومبیل C	$1/8$	$1/6$	1

قدم اول: مقادیر هر یک از ستون ها را با هم جمع می کنیم

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C
اتومبیل A	1	2	8
اتومبیل B	$1/2$	1	6
اتومبیل C	$1/8$	$1/6$	1
جمع هر ستون	$13/8$	$19/6$	15

قدم دوم: تقسیم هر عنصر از ماتریس به جمع کل ستون همان عنصر (نرمالایزه کردن)

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C
اتومبیل A	8/13	12/19	8/15
اتومبیل B	4/13	6/19	6/15
اتومبیل C	1/13	1/19	1/15

قدم سوم : محاسبه متوسط عناصر در هر سطر

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C	متوسط سطر
اتومبیل A	0.615	0.631	0.533	0.593
اتومبیل B	0.308	0.316	0.400	0.341
اتومبیل C	0.077	0.053	0.067	0.066
جمع کل	1	1	1	1

ماتریس مقایسه زوجی برای سه اتومبیل نسبت به قیمت

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C
اتومبیل A	1	1/3	1/4
اتومبیل B	3	1	1/2
اتومبیل C	4	2	1

ماتریس مقایسه زوجی برای سه اتومبیل نسبت به مصرف

	اتومبیل A	اتومبیل B	اتومبیل C
اتومبیل A	1	1/4	1/6
اتومبیل B	4	1	1/3
اتومبیل C	6	3	1

ماتریس مقایسه زوجی برای سه اتومبیل نسبت به مدل

	A اتومبیل	B اتومبیل	C اتومبیل
A اتومبیل	1	4	4
B اتومبیل	1/4	1	7
C اتومبیل	1/4	1/7	1

وزن اتومبیل ها برای معیارهای قیمت، مصرف و مدل

	قیمت	مصرف	مدل	راحتی
A اتومبیل	0.123	0.087	0.593	0.593
B اتومبیل	0.320	0.274	0.315	0.341
C اتومبیل	0.557	0.639	0.092	0.066

	قیمت	مصرف	راحتی	مدل
قیمت	1	3	2	2
مصرف	1/3	1	1/4	1/4
راحتی	1/2	4	1	1/2
مدل	1/2	4	2	1

0.398	قیمت
0.085	مصرف
0.218	راحتی
0.299	مدل

وزن اتومبیل‌ها نسبت به معیارها

	قیمت	مصرف	راحتی	مدل
A اتومبیل	0.123	0.087	0.593	0.593
B اتومبیل	0.320	0.274	0.341	0.315
C اتومبیل	0.557	0.639	0.066	0.092

وزن نهائی اتومبیل A

$$0.398*0.123+0.085*0.087+0.218*0.593+0.299*0.593=0.362$$

وزن نهائی اتومبیل B

$$0.398*0.320+0.085*0.274+0.218*0.341+0.299*0.315=0.319$$

وزن نهائی اتومبیل C

$$0.398*0.557+0.085*0.639+0.218*0.066+0.299*0.092=0.318$$

محاسبه وزن در فرایند تحلیل سلسله مراتبی

محاسبه وزن در فرایند تحلیل سلسله مراتبی در دو قسمت جداگانه زیر مورد بحث قرار می گیرد:

- وزن نسبی (local priority)
- وزن نهایی (overall priority)

روش‌های محاسبه وزن نسبی

1. روش حداقل مربعات
2. روش حداقل مربعات لگاریتمی
3. روش بردار ویژه
4. روشهای تقریبی

استفاده از میانگین هندسی نظرات کارشناسان

وزن دادن به نظرات کارشناسان

در صورتی که سه تصمیم گیرنده دو گزینه A و B را مقایسه کرده، اولی A را ۳ برابر، دومی A را ۴ برابر و سومی A را ۲ برابر مرجح بر B بداند و اهمیت نظرات این سه نفر هم یکسان باشد، مقدار ترکیبی این سه مقدار چیست؟

اگر تصمیم گیرنده اول نماینده‌ی ۲ نفر، دومی نماینده ۵ نفر و سومی نماینده ۳ نفر باشد، در این حالت ترجیح A نسبت به B چقدر خواهد بود؟

محاسبه وزن در فرایند تحلیل سلسله مراتبی

```

clc;clear;
xr=[1 2 8;.5 1 6;.125 .1666666 1];
xp=[1 .333 .25;3 1 .5;4 2 1];
xf=[1 .25 .1666666;4 1 .3333;6 3 1];
xm=[1 4 4;.25 1 7;.25 .14285 1];
c=[1 3 2 2;.3333 1 .25 .25;.5 4 1 .5;.5 4 2 1];
for i=1:length(xr);
    for j=1:length(xr)
        for k=1:length(c)
            for z=1:length(c);
                xr2(i,j)=xr(i,j)/sum(xr(:,j));
                xp2(i,j)=xp(i,j)/sum(xp(:,j));
                xf2(i,j)=xf(i,j)/sum(xf(:,j));
                xm2(i,j)=xm(i,j)/sum(xm(:,j));
                c2(z,k)=c(z,k)/sum(c(:,k));
                wxr(i)=(sum(xr2(i,:)))/length(xr);
                wxp(i)=(sum(xp2(i,:)))/length(xr);
                wxf(i)=(sum(xf2(i,:)))/length(xr);
                wxm(i)=(sum(xm2(i,:)))/length(xr);
                wc(k)=(sum(c2(k,:)))/length(c);
            end
        end
    end
end

ww=[wxp',wxf',wxr',wxm']
ahpranking=wxp'*wc(1,1)+wxf'*wc(1,2)+wxr'*wc(1,3)+wxm'*wc(1,4)

```

کاربرد **تئوری مجموعه های فازی** در مسائل تصمیم گیری یکی از مهمترین و کارآمدترین کاربردهای این تئوری در مقایسه با **تئوری مجموعه های کلاسیک** می باشد. چراکه مسایل تصمیم گیری بیش از هر مساله دیگر **وابسته به ذهن و دانش بشر** می باشد. در واقع تئوری تصمیم گیری فازی تلاش می کند که ابهام و عدم قطعیت های ذاتی موجود در ترجیحات، اهداف و محدودیت های موجود در مسایل تصمیم گیری را مدل سازی نماید.

آقای پروفیسور ساعتی **دو نوع فازی** بودن را تعریف می کند: (۱) فازی بودن در درک پدیده ها و دقت و (۲) فازی بودن در معنی که وابسته به عملکرد پدیده ها می باشد. لذا آقای ساعتی مستقیماً از اعداد فازی استفاده نمی کند بلکه فازی بودن را بطور غیر مستقیم از نسبت های **Aij** توام با یک ساختار رده ای استفاده می نماید.

در تعیین رتبه بندی سه نوع گزینه با استفاده از نظر کارشناسان، ماتریس مقایسات زوجی فازی به شکل زیر تهیه گردیده است، مطلوب است با استفاده از روش های تقریبی **AHP** فازی این گزینه ها را از نظر معیارهای **A,B,C** رتبه بندی کنید.

معیارها	A	B	C
A	(1,1,1)	(0.25,0.333,2)	(0.5,1,2)
B	(0.5,3,4)	(1,1,1)	(1,2,3)
C	(0.5,1,2)	(0.333,0.5,1)	(1,1,1)

A	گزینه 1	گزینه 2	گزینه 3
گزینه 1	(1,1,1)	(0.333,0.5,2)	(0.25,0.5,2)
گزینه 2	(0.5,2,3)	(1,1,1)	(1,2,3)
گزینه 3	(0.5,2,4)	(0.333,0.5,1)	(1,1,1)

B	گزینه 1	گزینه 2	گزینه 3
گزینه 1	(1,1,1)	(1,2,2.5)	(1.5,3,4)
گزینه 2	(0.4,0.5,1)	(1,1,1)	(1,2,3)
گزینه 3	(0.25,0.333,0.667)	(0.333,0.5,1)	(1,1,1)

C	گزینه 1	گزینه 2	گزینه 3
گزینه 1	(1,1,1)	(0.333,0.5,1)	(0.5,0.667,2)
گزینه 2	(1,2,3)	(1,1,1)	(1,2,3)
گزینه 3	(0.5,1.5,2)	(0.333,0.5,1)	(1,1,1)

مراحل انجام محاسبات در AHPF :

(1) در این مرحله ضرایب هر یک از ماتریس های مقایسات زوجی (S_K) محاسبه می گردد. بدین منظور برای هر کدام از جداول با استفاده از فرمول زیر S_K ها را برای هر جدول محاسبه می

$$S_K = \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n M_{ij} \right]^{-1} * \sum_{j=1}^n M_{kj}$$

کنیم.

برای جدول 1 :

$$\left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n M_{ij} \right]^{-1} = (6.08, 10.83, 17)^{-1} = (0.059, 0.092, 0.164)$$

$S_1 =$ معکوس جمع اعداد مثلثی کل جدول * جمع اعداد مثلثی سطر اول

جدول اول

$$S1 = (1.75, 2.333, 5) * (0.059, 0.092, 0.164) = (0.103, 0.215, 0.82)$$

$$S2 = (2.5, 6, 8) * (0.059, 0.092, 0.164) = (0.147, 0.552, 1.312)$$

$$S3 = (1.833, 2.5, 4) * (0.059, 0.092, 0.164) = (0.108, 0.230, 0.656)$$

جدول دوم

$$[\sum_{m=1}^m \sum_{n_j=1}^{n_j} M_{ij}]^{-1} = (5.916, 10.5, 19)^{-1} = (0.053, 0.095, 0.169)$$

$$S1 = (1.583, 2, 5) * (0.053, 0.095, 0.169) = (0.084, 0.19, 0.423)$$

$$S2 = (2.5, 5, 7) * (0.053, 0.095, 0.169) = (0.133, 0.475, 1.183)$$

$$S3 = (1.833, 3.5, 6) * (0.053, 0.095, 0.169) = (0.097, 0.333, 1.014)$$

جدول سوم

$$[\sum_{m=1}^m \sum_{n_j=1}^{n_j} M_{ij}]^{-1} = (7.483, 11.333, 15.167)^{-1} = (0.066, 0.088, 0.134)$$

$$S1 = (3.5, 6, 7.5) * (0.066, 0.088, 0.134) = (0.231, 0.528, 1.005)$$

$$S2 = (2.4, 3.5, 5) * (0.066, 0.088, 0.134) = (0.158, 0.308, 0.67)$$

$$S3 = (1.583, 1.833, 2.667) * (0.066, 0.088, 0.134) = (0.104, 0.161, 0.358)$$

جدول چهارم

$$[\sum_{m=1}^m \sum_{n_j=1}^{n_j} M_{ij}]^{-1} = (6.666, 10.167, 15)^{-1} = (0.067, 0.098, 0.15)$$

$$S1 = (1.833, 2.167, 4) * (0.067, 0.098, 0.15) = (0.123, 0.212, 0.6)$$

$$S2 = (3, 5, 7) * (0.067, 0.098, 0.15) = (0.201, 0.49, 1.05)$$

$$S3 = (1.833, 3, 4) * (0.067, 0.098, 0.15) = (0.123, 0.294, 0.6)$$

2) در این مرحله برای هر کدام از جداول باید درجه بزرگ بودن هر یک از عناصر S_1 ، S_2 و S_3 را بر عناصر دیگر محاسبه نماییم. بدین ترتیب که :

$$V(\tilde{M}_2 \geq \tilde{M}_1) = hgt(\tilde{M}_1 \cap \tilde{M}_2) = \begin{cases} 1, & \text{if } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{if } l_1 \geq l_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$u_1 - l_2$$

$$V(S_1 \geq S_2) = \frac{u_1 - l_2}{(u_1 - l_2) + (m_2 - m_1)}$$

** برای محاسبه درجه بزرگی یک S_i بر سایر S_i ها از رابطه زیر استفاده می شود: بطور مثال برای محاسبه درجه بزرگی S_1 بر S_2 و S_3 از رابطه زیر استفاده می شود:

$$V(S_1 \geq S_2, S_3) = \min[V(S_1 \geq S_2), V(S_1 \geq S_3)]$$

بنابر این برای هر کدام از جداول باید درجه بزرگ بودن هر یک از عناصر S_1 ، S_2 و S_3 را بر عناصر دیگر محاسبه شود.

برای جدول ۱ :

با داشتن مقادیر $S1$ تا $S3$ محاسبه شده در بالا درجه بزرگی یک S_i بر سایر S_i ها و نهایتاً درجه بزرگی $S1$ بر $S2$ و $S2, S3$ بر $S1$ و $S3$ و $S3$ بر $S2$ و $S3$ را از طریق رابطه های بیان شده محاسبه می‌ود.

$$S1 = (0.103, 0.215, 0.82)$$

$$S2 = (0.147, 0.552, 1.312)$$

$$S3 = (0.108, 0.230, 0.656)$$

$$V(s1 \geq s2) = \frac{L2 - U1}{(m1 - u1) - (m2 - L2)} = \frac{0.147 - 0.82}{(0.215 - 0.82) - (0.552 - 0.147)} = 0.666$$

$$V(S1 \geq S3) = \frac{u1 - l3}{(u1 - l3) + (m3 - m1)} = \frac{0.82 - 0.108}{(0.82 - 0.108) + (0.230 - 0.215)} = 0.979$$

$$V(S2 \geq S1) = 1$$

$$V(S2 \geq S3) = 1$$

$$V(S3 \geq S1) = 1$$

$$V(S3 \geq S2) = \frac{u3 - l2}{(u3 - l2) + (m2 - m3)} = \frac{0.656 - 0.147}{(0.656 - 0.147) + (0.552 - 0.230)} = 0.613$$

$$V(S1 \geq S2, S3) = \min [V(S1 \geq S2) , V(S1 \geq S3)] = \min [0.666 , 0.979] = 0.666$$

$$V(S2 \geq S1, S3) = \min [V(S2 \geq S1) , V(S2 \geq S3)] = 1$$

$$V(S3 \geq S1, S2) = \min [V(S3 \geq S1) , V(S3 \geq S2)] = 0.613$$

این سه عدد در هر جدول بیانگر وزن های غیر بهنجار (W') هر جدول می باشد:

$$W_1' = (0.666 , 1 , 0.613)$$

برای جدول 2 :

$$S1 = (0.084, 0.19, 0.423)$$

$$S2 = (0.133, 0.475, 1.183)$$

$$S3 = (0.097, 0.333, 1.014)$$

$$V(S1 \geq S2) = \frac{u1 - l2}{(u1 - l2) + (m2 - m1)} = \frac{0.423 - 0.133}{(0.423 - 0.133) + (0.475 - 0.19)} = 0.504$$

$$V(S1 \geq S3) = \frac{u1 - l3}{(u1 - l3) + (m3 - m1)} = 0.695$$

$$V(S2 \geq S1) = 1$$

$$V(S2 \geq S3) = 1$$

$$V(S3 \geq S1) = 1$$

$$V(S3 \geq S2) = 0.861$$

$$V(S1 \geq S2, S3) = \min [V(S1 \geq S2) , V(S1 \geq S3)] = 0.504$$

$$V(S2 \geq S1, S3) = \min [V(S2 \geq S1) , V(S2 \geq S3)] = 1$$

$$V(S3 \geq S1, S2) = \min [V(S3 \geq S1) , V(S3 \geq S2)] = 0.861$$

این سه عدد در هر جدول بیانگر وزن های غیر بهنجار (W') هر جدول می باشد:

$$W_2' = (0.504 , 1 , 0.861)$$

برای جدول 3 :

$$S1 = (0.231, 0.528, 1.005)$$

$$S2 = (0.158, 0.308, 0.67)$$

$$S3 = (0.104, 0.161, 0.358)$$

$$V(S1 \geq S2) = 1$$

$$V(S1 \geq S3) = 1$$

$$V(S2 \geq S1) = 0.666$$

$$V(S2 \geq S3) = 1$$

$$V(S3 \geq S1) = 0.257$$

$$V(s3 \geq s2) = 0.576$$

$$V(S1 \geq S2, S3) = \min [V(S1 \geq S2) , V(S1 \geq S3)] = 1$$

$$V(S2 \geq S1, S3) = \min [V(S2 \geq S1) , V(S2 \geq S3)] = 0.666$$

$$V(S3 \geq S1, S2) = \min [V(S3 \geq S1) , V(S3 \geq S2)] = 0.257$$

این سه عدد در هر جدول بیانگر وزن های غیر بهنجار (W') هر جدول می باشد:

$$W_3' = (1 , 0.666 , 0.257)$$

برای جدول 4 :

$$S1 = (0.123, 0.212, 0.6)$$

$$S2 = (0.201, 0.49, 1.05)$$

$$S3 = (0.123, 0.294, 0.6)$$

$$V(S1 \geq S2) = 0.589$$

$$V(S1 \geq S3) = 0.853$$

$$V(S2 \geq S1) = 1$$

$$V(S2 \geq S3) = 1$$

$$V(S3 \geq S1) = 1$$

$$V(S3 \geq S2) = 0.671$$

$$V(S1 \geq S2, S3) = \min [V(S1 \geq S2), V(S1 \geq S3)] = 0.589$$

$$V(S2 \geq S1, S3) = \min [V(S2 \geq S1), V(S2 \geq S3)] = 1$$

$$V(S3 \geq S1, S2) = \min [V(S3 \geq S1), V(S3 \geq S2)] = 0.671$$

این سه عدد در هر جدول بیانگر وزن های غیر بهنجار (W') هر جدول می باشد:

$$W_4' = (0.589, 1, 0.671)$$

$W' = (0.666, 1, 0.613)$: برای جدول 1

$W' = (0.504, 1, 0.861)$: برای جدول 2

$W' = (1, 0.666, 0.257)$: برای جدول 3

$W' = (0.589, 1, 0.671)$: برای جدول 4

3) در این مرحله بر اساس فرمول زیر مقدار اوزان بهنجار شده هر کدام از جداول محاسبه می گردد.

$$W = w'_i / \sum w'_i$$

بنا بر این :

برای جدول 1 : (ضریب اهمیت معیار ها) $W = (0.292, 0.439, 0.269)$ $W' = (0.666, 1, 0.613)$

برای جدول 2 : (ضریب اهمیت گزینه 1) $W = (0.213, 0.423, 0.269)$ $W' = (0.504, 1, 0.861)$

برای جدول 3 : (ضریب اهمیت گزینه 2) $W = (0.520, 0.346, 0.134)$ $W' = (1, 0.666, 0.257)$

برای جدول 4 : (ضریب اهمیت گزینه 3) $W = (0.261, 0.442, 0.297)$ $W' = (0.589, 1, 0.671)$

	معیار 1 0.292	معیار 2 0.439	معیار 3 0.269
گزینه 1	0.213	0.423	0.364
گزینه 2	0.520	0.346	0.134
گزینه 3	0.261	0.442	0.297

4) با تاثیر دادن وزن هر کدام از معیار ها در وزن های گزینه ها، ضریب اهمیت هر گزینه محاسبه و بر اساس ضرایب محاسبه شده، گزینه اولویت بندی می شود.

	معیار 1 0.292	معیار 2 0.439	معیار 3 0.269	ضرایب اهمیت گزینه ها
گزینه 1	0.213	0.423	0.364	0.346
گزینه 2	0.520	0.346	0.134	0.340
گزینه 3	0.261	0.442	0.297	0.350

ضرایب اهمیت گزینه ها	
0.346	b
0.340	c
0.350	a